

# Analiza naprežanja dinamički opterećenih strojnih dijelova

---

Šarić, Danijel

Undergraduate thesis / Završni rad

2021

Degree Grantor / Ustanova koja je dodijelila akademski / stručni stupanj: **Istrian University of applied sciences / Istarsko veleučilište - Università Istriana di scienze applicate**

Permanent link / Trajna poveznica: <https://um.nsk.hr/um:nbn:hr:212:476775>

Rights / Prava: [In copyright](#) / [Zaštićeno autorskim pravom.](#)

Download date / Datum preuzimanja: **2025-02-05**



Repository / Repozitorij:

[Digital repository of Istrian University of applied sciences](#)



ISTARSKO VELEUČILIŠTE –  
UNIVERSITÁ ISTRIANA DI SCIENZE APPLICATE

Danijel Šarić

**ANALIZA NAPREZANJA DINAMIČKI OPTEREĆENIH  
STROJNIH DIJELOVA**

Završni rad

Pula, 2021.

ISTARSKO VELEUČILIŠTE –  
UNIVERSITÁ ISTRIANA DI SCIENZE APPLICATE

Danijel Šarić

**ANALIZA NAPREZANJA DINAMIČKI OPTEREĆENIH  
STROJNIH DIJELOVA**

Završni rad

JMBAG: 0303075429, redoviti student

Studijski smjer: Preddiplomski stručni studij Politehnike

Predmet: Konstrukcije

Mentor: dr. sc. Neven Munjas, dipl. ing., pred.

Pula, 2021.

## IZJAVA O AKADEMSKOJ ČESTITOSTI

Ja, dolje potpisani, Danijel Šarić, kandidat za prvostupnika politehnike ovime izjavljujem da je ovaj Završni rad rezultat isključivo mogega vlastitog rada, da se temelji na mojim istraživanjima te da se oslanja na objavljenu literaturu kao što to pokazuju korištene bilješke i bibliografija. Izjavljujem da niti jedan dio Završnog rada nije napisan na nedozvoljen način, odnosno da je prepisan iz kojega necitiranog rada, te da ikoji dio rada krši bilo čija autorska prava. Izjavljujem, također, da nijedan dio rada nije iskorišten za koji drugi rad pri bilo kojoj drugoj visokoškolskoj, znanstvenoj ili radnoj ustanovi.

U Puli, \_\_\_\_\_ godine

Student

\_\_\_\_\_

## IZJAVA O KORIŠTENJU AUTORSKOG DIJELA

Ja, Danijel Šarić, dajem odobrenje Istarskom Veleučilištu – Università Istriana di scienze applicate, kao nositelju prava iskorištavanja, da moj završni rad pod nazivom „**Analiza naprezanja dinamički opterećenih strojnih dijelova**“ koristi na način da gore navedeno autorsko djelo, kao cjelovit tekst trajno objavi u javnoj internetskoj bazi Sveučilišne knjižnice u Puli te kopira u javnu internetsku bazu završnih radova Nacionalne i sveučilišne knjižnice (stavljanje na raspolaganje javnosti), sve u skladu s Zakonom o autorskom pravu i drugim srodnim pravima i dobrom akademskom praksom, a radi promicanja otvorenog, slobodnoga pristupa znanstvenim informacijama.

Za korištenje autorskog djela na gore navedeni način ne potražujem naknadu.

U Puli, \_\_\_\_\_ godine

Potpis

\_\_\_\_\_

## Sažetak

Pri svakom konstruiranju strojeva, zadatak inženjera je stvoriti stroj koji izvršava svoju ulogu te održava određeni nivo kvalitete. Analizom naprezanja dolazimo do informacija koje su nam potrebne kako bi stvorili strojni dio, kao: potreban materijal, potrebne dimenzije, pozicije i broj potrebnih nosača. Pomoću tih informacija, uz ostale informacije koje imamo o stroju za koji je taj dio potreban, možemo konstruirati strojni dio. Pri tome se mora voditi računa o faktoru sigurnosti, koji je u većini slučajeva povezan sa potencijalnom cijenom strojnog dijela. U ovome radu, dan je pregled analize naprezanja torzijski opterećenog strojnog dijela. Analizirano je vratilo koji se primjenjuje u stvarnom industrijskom okruženju, te je dokazana njegova ispravna konstrukcija.

### **Ključne riječi**

Naprezanja, dinamička opterećenja, proračun, stroj, proizvodnja

## Abstract

During machine construction, the task of an engineer is to create a machine that performs its role and maintains a certain level of quality. Stress analysis provides the information we need to create a machine part, such as: the required material, the required dimensions, positions and the number of bearings and mounts required. With this information, in addition to other information we have about the machine for which the part is needed, we can construct a machine part. The safety factor, which in most cases is related to the potential price of the machine part, must be taken into account. In this paper, an overview of the stress analysis of a torsionally loaded machine part is given. The shaft applied in the actual industrial environment is analyzed, and its correct construction is proven.

## Keywords

Stress, dynamic loads, calculation, machine, production

## Sadržaj

1. Uvod .....	1
1.1 Predmet istraživanja.....	1
1.2 Cilj i svrha istraživanja.....	1
1.3 Hipoteza rada.....	1
1.4 Struktura rada .....	2
2. Opterećenja, naprezanja i deformacije .....	3
2.1 Opterećenja.....	4
2.2 Naprezanja.....	6
2.3 Veza između oblika opterećenja, vrste naprezanja i deformacija.....	9
2.4 Dijagram $\sigma - \varepsilon$ .....	9
3. Dinamička opterećenja .....	13
3.1 Zamorni lom .....	18
3.2 Woehlerov dijagram .....	19
3.3 Koncentracija naprezanja pri dinamičkom opterećenju .....	20
3.4 Dopuštena naprezanja dinamičkih opterećenja.....	21
3.5 Bachov faktor korekcije .....	21
4. Proračun .....	23
4.1 Predmet proračuna .....	23
4.2 Proračun vratila .....	26
5 Zaključak .....	33
Literatura .....	34



## 1. Uvod

U ovome radu prikazan je pristup analize naprezanja dinamički opterećenih strojnih dijelova. Svaki je dio stroja namjenjen da služi svojoj svrsi, te mora biti projektiran i konstruiran na način da izdrži opterećenja sa kojima se suočava. Proces stvaranja strojnih dijelova je vrlo kompleksan zbog toga što mora zadovoljavati uvjete čvrstoće, krutosti, funkcionalnosti, otpornosti na temperaturu, težine te uz to mora imati minimalne troškove proizvodnje i maksimalnu iskoristivost materijala.

Dobrom analizom nakon uključivanja faktora sigurnosti dolazimo do roka trajanja svakog dijela stroja, što nam omogućuje stvaranje plana preventivnog održavanja te smanjenje mogućnosti iznenadnog kvara strojeva. Takav sustav je vrlo bitan u velikim postrojenjima u kojima svaka minuta kvara donosi velike financijske gubitke unutar kompanije.

U ovom radu odraditi će se analiza naprezanja dinamički opterećenog vratila, te proračunom dobiti uvid u najbitnije stavke pri konstruiranju strojnih dijelova, te osobine plastičnih materijala.

### 1.1 Predmet istraživanja

Predmet istraživanja ovog rada jest analiza naprezanja unutar različitih dinamički opterećenih strojnih dijelova s ciljem smanjenja vremena iznenadnih i neplaniranih popravaka stroja.

### 1.2 Cilj i svrha istraživanja

Cilj ovog istraživanja je približiti metode analize naprezanja strojnih dijelova sa svrhom postizanja uspješnih i dosljednih rezultata u proizvodnji.

### 1.3 Hipoteza rada

Analizom naprezanja dinamički opterećenih strojnih dijelova možemo proračunati potrebne dimenzije strojnih dijelova, te ih konstruirati. Također možemo odraditi kontrolni proračun potencijalnog zamjenskog rezervnog dijela.

## 1.4 Struktura rada

Rad se sastoji od 5 poglavlja.

U uvodu je opisan predmet istraživanja te su navedeni ciljevi koje će ovo istraživanje ispuniti te hipoteza rada.

U drugom poglavlju se definiraju osnovni termini potrebni za razumijevanje ovoga rada, kao sile, momenti sile, naprezanja te statička i dinamička opterećenja.

Treće poglavlje se sastoji od definiranja opterećenja, vrsta opterećenja te posljedica i utjecaj opterećenja na elemente strojeva.

U četvrtom poglavlju demonstriran je realni primjer proračuna naprezanja na dinamički opterećenim strojnim dijelovima te njegove značajke i koristi.

U petom poglavlju donosimo zaključak iznošenjem završnog razmišljanja o analizi naprezanja strojnih dijelova u svrhu dobivanja informacija o najslabijim dijelovima stroja te dimenzioniranja rezervnih dijelova sa boljim svojstvima

## 2. Opterećenja, naprezanja i deformacije

Konstruiranje stroja ili strojnih dijelova je zadatak inženjera koji uz pomoć znanja iz prirodnih i tehničkih znanosti nađe rješenje za tehničke probleme te ih uz zadana ograničenja ( materijali, tehnologija, financije ) ostvari na najpovoljniji način. Konstruiranje je proces tijekom kojega se stvara ideja o nekom tehničkom proizvodu, te se za njega nakon toga izrađuje tehnička dokumentacije te kreće u proizvodnju te na kraju u korištenje gotovog proizvoda. (Križan B, 2008., str. 3)

Osnovni pojmovi koje trebamo savladati kako bi razumijeli analizu su opterećenja, naprezanja i deformacije. Prije savladavanja tih osnovnih pojmova, trebamo znati neka mehanička svojstva materijala, koja se razlikuju ovisno o materijalu te o kojima ovise potencijalna opterećenja, naprezanja i deformacije.

Čvrstoća je sposobnost opterećenog tijela da podnosi opterećenja bez pojave nedopuštenih oštećenja – loma, trajnih plastičnih deformacija ili pukotina. Elastičnost je svojstvo tijela da se po prestanku djelovanja opterećenja vrati u svoj prvobitni oblik. Tijelo ima svojstvo elastičnosti samo do određene visine opterećenja, što također ovisi o vrsti materijala. Plastičnost je svojstvo tijela da se može trajno deformirati, odnosno da zadrži svoj deformirani oblik i nakon prestanka opterećenja nad njim. Plastične deformacije su trajne deformacije koje ostaju nakon prestanka djelovanja opterećenja, dok su elastične deformacije deformacije koje nestaju nakon prestanka djelovanja opterećenja.

Svojstvo krutosti je otpornost prema deformiranju, te se izražava pomoću koeficijenta krutosti – koji je definiran kao omjer sile i deformacije izazvane tom silom. To znači da će kod tijela sa većom krutošću, za istu deformaciju biti potrebna veća sila nego kod tijela sa manjom krutošću. Podatljivost je suprotno od krutosti, to znači da je koeficijent podatljivosti izražen kao omjer deformacije i sile koja ju je izazvala – kod tijela sa većom podatljivošću potrebna je manja sila kako bi se izazvala ista deformacija kao kod tijela sa manjom podatljivošću.

Žilavost je svojstvo materijala da se nakon početnih elastičnih deformacija znatno plastično deformiraju prije loma. Krhki materijali su suprotni žilavim materijalima, oni se

lome bez značajnih plastičnih deformacija, tj. oni se ne mogu plastično deformirati. Tvrdća je svojstvo materijala da se suprotstavlja prodiranju stranih tijela u njega.

## 2.1 Opterećenja

Opterećenja su utjecaji vanjskih pojava nad nekim konstrukcijskim elementima. Konstrukcijski elementi su u svome radnome vijeku opterećeni na razne načine: mehanički, toplinski, električki i kemijski.

U ovome razmatrati će se mehanička opterećenja, tj. opterećenje će se promatrati kao pojam koji obuhvaća sile i momente kojima je neko tijelo izloženo. Ti momenti mogu biti momenti savijanja ili momenti torzije, a sila može biti tlačna ili vlačna.

Opterećenja možemo razvrstati na sljedeći način:

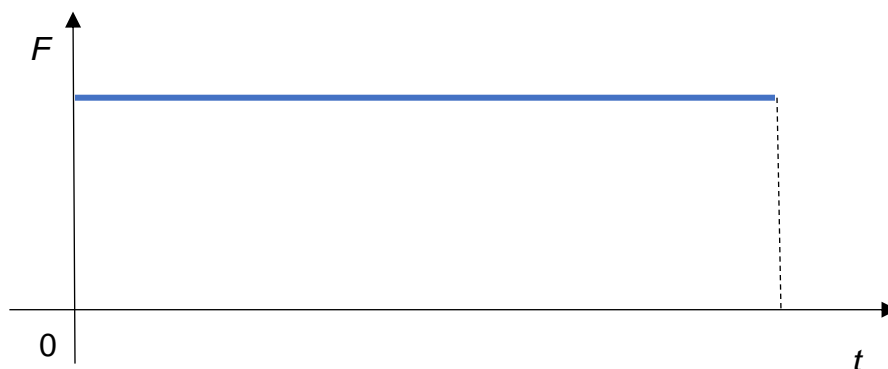
- 1) S obzirom na mjesto djelovanja sila na konstrukcijski element razlikujemo površinske i volumenske vanjske sile. Površinske mogu djelovati na cijeloj površini tijela, na dijelu površine ili na vrlo malom dijelu površine. Volumenske sile djeluju na svaki djelić tijela, npr. gravitacijska sila, elektromagnetska sila...
- 2) S obzirom na promjenu opterećenja tijekom vremena, razlikujemo statička i dinamička opterećenja.

*„Nauka o čvrstoći definira da je statičko opterećenje ono opterećenje koje se tijekom vremena bitno ne mijenja i za koje se može reći da je istog intenziteta u duljem vremenskom periodu.“ (Orlić Ž., Orlić G., 2004, str. 8).*

Statička opterećenja stvaraju stalna naprezanja nepromjenjivog intenziteta, te one ne smanjuju trajnost konstrukcije. Primjer statičkog opterećenja je knjiga koju stavimo na stol te ona cijelo vrijeme djeluje na stol istom silom ( $F = m \cdot g$ ). Vanjska opterećenja se uvijek izražavaju jedinicama sile ili momenta [N / Nm].

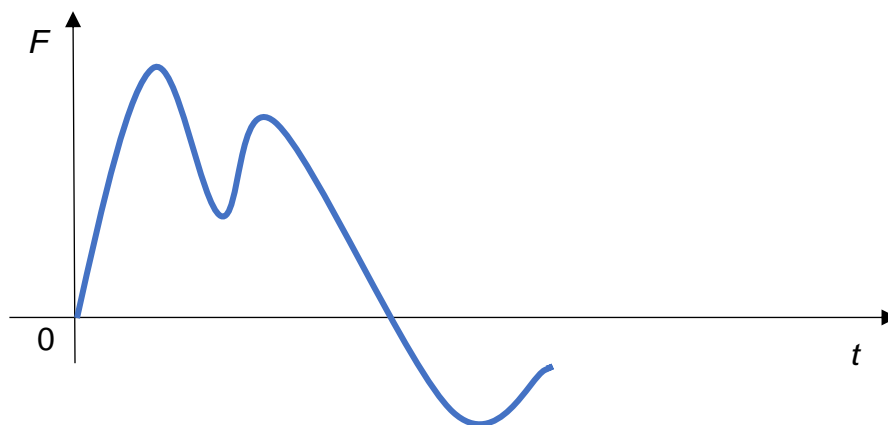
Za razliku od statičkih, dinamička opterećenja mijenjaju svoj intenzitet i gustoću pojave tijekom vremena. Na primjeru automobila je najjednostavnije shvatiti razliku između statičkog i dinamičkog opterećenja. Ako automobil stoji, kotači su statičko opterećeni težinom samog vozila. Međutim ako se auto kreće, tim putem kojim se on

kreće postoje razna opterećenja koja djeluju na kotač i ostatak auta dinamički. Na kotač djeluju sile kočenja i ubrzanja, rupe na cesti te sile skretanja i slično.



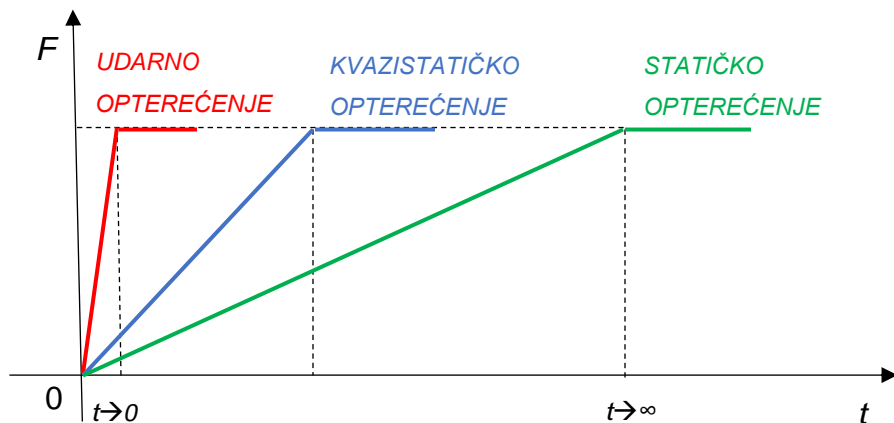
*Slika 1 – Statičko opterećenje ( $F = konst.$ ) (Munjas N., 2020.)*

Zbog toga što statička opterećenja definiramo kao opterećenja koja se tijekom vremena bitno ne mijenjaju, graf statičkih opterećenja kroz vrijeme će biti paralelan sa apscisom kao što je prikazano na Sl. 1.



*Slika 2 – Dinamičko opterećenje (Munjas N., 2020.)*

Kod dinamičkih opterećenja je već druga situacija – njih pojednostavljeno prikazujemo kao krivulju kojoj je vrijednost promjenjiva ovisno o vremenu, kao što je prikazano na Sl. 2.



Slika 3 – Vrste opterećenja s obzirom na intenzitet uvođenja (Munjas N., 2020.)

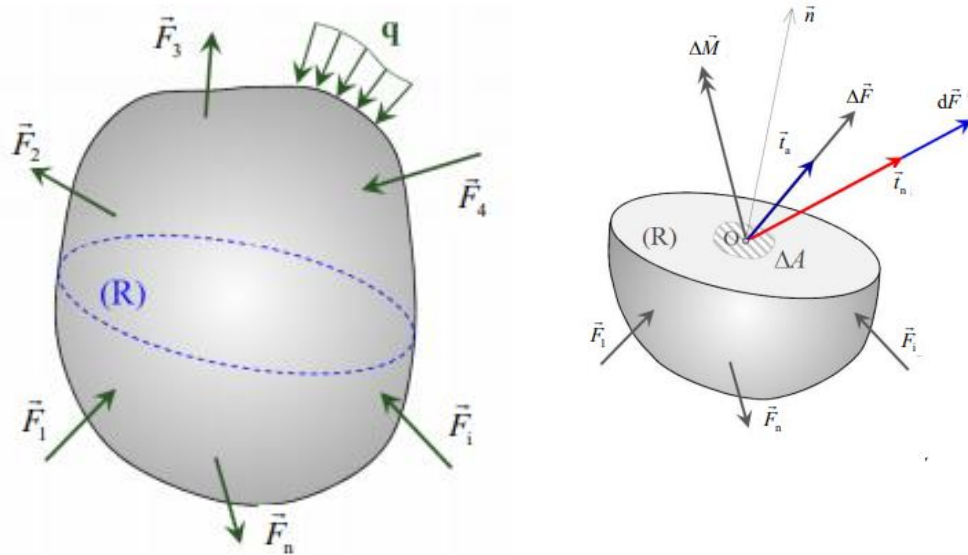
Također, s obzirom na način uvođenja opterećenja prema Sl. 3 razlikujemo udarno opterećenje čija pojava dolazi naglo u kratkom vremenu, kvazistatičko opterećenje čija pojava dolazi polako te ne utječe jako na tijelo te statičko opterećenje čije vrijeme promjene teži beskonačnom tj. ima konstantnu vrijednost. Udarno opterećenje je takvo da naglo poraste i opadne. Kratkotrajni udari koji djeluju na konstrukcijske elemente uzimaju se u obzir faktorima udara (kvačila) ili faktorima primjene (zupčanici). Materijali koji lakše podnose udarna opterećenja su žilavi materijali i materijali s visokom granicom tečenja. Statička opterećenja se većinom javljaju kod krovnih konstrukcija, nosača, posuda pod konstantnim tlakom, te se također u njih ubrajaju elementi mostova i dizalica iako na njih povremeno djeluju promjenjiva opterećenja (kvazistatična).

## 2.2 Naprezanja

Kada na čvrsto tijelo djeluju vanjske sile, tj. kada je tijelo pod nekim opterećenjem kažemo da je u stanju naprezanja.

Tijela su sastavljena od sitnih molekula između kojih djeluje uravnoteženi sustav međumolekularnih (unutarnjih) sila koje nemaju nikakav utjecaj na okolinu dok je tijelo neopterećeno. Međutim kada se tijelo optereti, ono se deformira čime se mijenja međusobna udaljenost molekula te se samim time mijenjaju unutarnje sile. Unutarnje sile su suprotne silama opterećenja zbog toga što se tijelo teži vratiti u svoj prvobitni oblik.

Tako dolazimo do definicije naprezanja koju definiramo kao intenzitet unutarnjih sila po jedinici površine.



Slika 4 – Naprezanja (Munjas N., 2020.)

Zamislimo da je tijelo opterećeno silama  $F_1, F_2, \dots, F_n$ . Na zamišljenom presjeku ravnine  $(R)$  odredilo elementarnu površinu  $\Delta A$  koja sadrži točku  $O$ . S ciljem uspostave ravnoteže, na površini  $\Delta A$  vanjskim silama djelovati će elementarna unutarnja sila  $\Delta F$  koja se može rastaviti na komponentu  $\Delta F_n$  koja djeluje okomito na elementarnu površinu i na komponentu  $\Delta F_t$  koja djeluje u ravnini elementarne površine  $\Delta A$ .

Ako znamo da elementarna površina teži k nuli, tj.  $\Delta A \rightarrow 0$  s time da točka  $O$  ostane unutar te površine, onda će biti vektor ukupnog naprezanja u točki  $O$ :

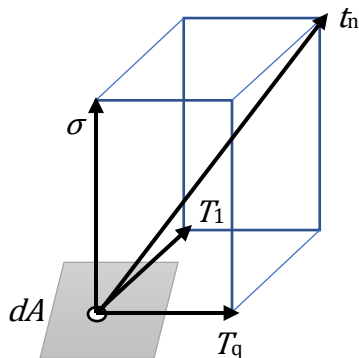
$$\lim_{\Delta A \rightarrow 0} \frac{\Delta \vec{F}}{\Delta A} = \frac{d\vec{F}}{dA} = \vec{t}_n$$

Ukupno naprezanje u točki  $O$ :

$$|t_n| = t_n = \frac{dF}{dA} \text{ (Pa)}$$

Vektor naprezanja u točki  $O$  se sastoji od više komponenti tj. dvije vrste naprezanja – od normalnih naprezanja ( $\sigma_n$ ) i tangencijalnih naprezanja ( $\tau_n$ ) tj. od zbroja njihovih vektora ( $\vec{t}_n = \vec{\sigma}_n + \vec{\tau}_n$ ).

Ponekad je pri proračunu nekih konstrukcijskih elemenata (npr. zavarenih spojeva) potrebno proračunavati tangencijalna naprezanja u dva međusobno okomita smjera, te bi tada prikaz komponenata ukupnog naprezanja  $\vec{t}_n$  na nekoj elementarnoj površini izgledao kao što je prikazano na Sl. 5.



Slika 5 – Vektor ukupnog naprezanja (Križan B., 2008., str. 114)

U tom slučaju slijedi da je ukupno tangencijalno naprezanje:

$$\tau = \sqrt{\tau_1^2 + \tau_q^2}.$$

A ukupno naprezanje:

$$t_n = \sqrt{\sigma^2 + \tau^2} = \sqrt{\sigma^2 + \tau_1^2 + \tau_q^2}.$$

Također važno je napomenuti da se često u proračunima čvrstoće pretpostavlja da su naprezanja podjednaka na cijeloj prosječnoj ravnini (R), te u tom slučaju nije potrebno računati s diferencijalnim veličinama, već se računa da je normalno naprezanje jednako:

$$\sigma = \frac{F_n}{A},$$

a tangencijalno naprezanje:

$$\tau = \frac{F_t}{A}.$$



### 2.3 Veza između oblika opterećenja, vrste naprezanja i deformacija

Tri statičke veličine koje utječu na tijelo – sila, moment sile i spreg sila izazivaju različita gibanja tijela. Sila izaziva translatorno gibanje, spreg sila izaziva rotacijsko gibanje dok moment ima dvostruko djelovanje.

Te statičke veličine uzrokuju pet osnovnih oblika opterećenja svojim djelovanjem na tijelo, a to su: aksijalno opterećenje, smicanje, uvijanje ili torzija, savijanje i izvijanje. Iako su savijanje silama i izvijanje sastavljeni od smicanja i čistog savijanja, tj. osnovnog opterećenja i savijanja – zbog svog nastanka kao posljedice osnovnih statičkih elemenata ubrajaju se u osnovne oblike opterećenja.

Aksijalno ili osno opterećenje uzrokuje sila djelovanjem paralelno sa uzdužnom osi nosača. Deformiranje se sastoji od promjene volumena i oblika tijela, a deformacija koja nastane takvim opterećenjem je skraćenje ili produljenje nosača – dok se pri tome u poprečim presjecima javljaju vlačna ili tlačna naprezanja.

Smicanje uzrokuje sila djelovanjem okomito na aksijalnu os nosača, u ravnini poprečnog presjeka nosača. U ovom slučaju deformacija se sastoji samo od promjena oblika tijela, dok njegov volumen ostaje nepromijenjen. Deformiranje se vizualno može opisati tako da se jedan poprečni presjek nosača miče u odnosu na drugi – te se zato ovaj oblik opterećenja naziva smicanje. U ovom slučaju nastaju posmična tj. tangencijalna naprezanja. *(Brnić, J., Turkalj, G., 2004., str. 18-19)*

### 2.4 Dijagram $\sigma - \varepsilon$

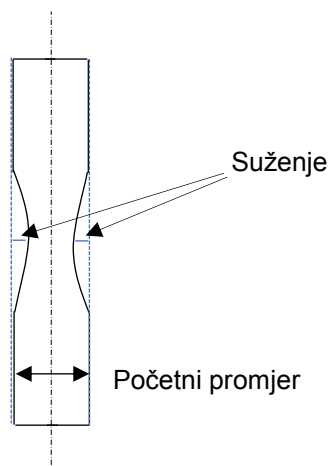
Kako bi odredili dimenzije konstrukcijskih elemenata također je potrebno poznavati njihova elastomehanička svojstva tj. elastomehanička svojstva njihovih materijala. Kako bi se to odredilo najčešće se primjenjuje eksperimentalna metoda vlačnog ispitivanja tj. vlačni test na kidalici.



Slika 6 – kidalica u centru za istraživanje METRIS u Puli

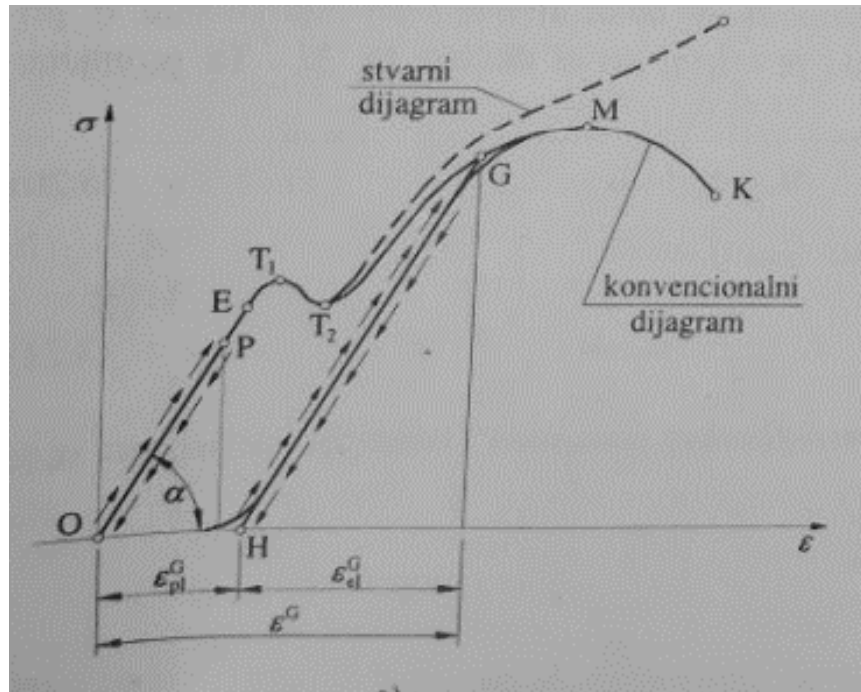
(<http://utk.skole.hr/upload/utk/newsattach/287/kidalica.jpg> - 11.09.2021.)

Ispitivanje se izvodi na standardiziranoj epruveti pri čemu se određuje ovisnost između aksijalnog opterećenja (vlačne sile) i produljenja, tj. utvrđuje se ovisnost naprezanja i deformacija. Ispitivanje se izvodi na način da se pri postepenom opterećivanju vlačnim silama, pomoću kamera očitavaju vrijednosti produljenja sve do prekida epruvete.



Slika 7 – primjer standardizirane epruvete

Kada se vrijednosti dobivene ispitivanjem unesu u koordinatni sustav, tako da deformacije budu na apscisi a naprezanja na ordinati, dobije se dijagram međusobne ovisnosti naprezanja  $\sigma$  i deformacije  $\varepsilon$ .



Slika 8 –  $\sigma$ - $\varepsilon$  dijagram mekog čelika (Brnić J., Turkalj G., 2004., str. 56)

Na Sl. 8 punom linijom je prikazan konvencionalni dijagram, a isprekidanom linijom je prikazan dijagram koji za površinu epruvete uzima stalno nove vrijednosti te se samim time deformacija povećava zbog suženja i produljenja epruvete.

#### Karakteristične točke dijagrama na Sl. 8:

P – granica proporcionalnosti – do granice proporcionalnosti međusobna ovisnost naprezanja i deformacije je linearna zbog toga se zove granica proporcionalnosti, naprezanje u toj točki se obilježava sa  $\sigma_p$ .

E – granica elastičnosti – granica povratnih deformacija, tj. tijelo do te granice ima sposobnost vraćanja u prvobitan oblik nakon završetka djelovanja opterećenja. To svojstvo se naziva elastičnost. Granicu elastičnosti je vrlo teško odrediti stoga se upotrebljava pojam tehnička granica elastičnosti. Tehnička granica elastičnosti je granica pri kojoj ostaju trajne deformacije od 0,01 % do 0,005 % odnosno  $\varepsilon = 0,0001 - 0,00005$ .

$T_1$ ,  $T_2$  – gornja i donja granica tečenja – povećanje naprezanja iznad vrijednosti granice elastičnosti stvara posljedicu trajnih tj. plastičnih deformacija. Između točke  $T_1$  i  $T_2$  tijelo prestaje pružati otpor naprezanju što znači da produljenje raste, dok naprezanje pada sve do točke  $T_2$ .

M – granica čvrstoće – predstavlja najveće naprezanje koje materijal dobiva pri vlačnom ispitivanju. Epruveta se sužava cijelo vrijeme dok je pod opterećenjem, međutim blizu granice čvrstoće dolazi do izrazitog suženja na mjestu gdje je epruveta najviše oslabljena. Na tom mjestu nastaju znatno veće dilatacije nego u ostalim dijelovima epruvete.

K – granica loma – lom nastaje na mjestu na kojem je presjek epruvete najviše sužen, te nakon te točke u konvencionalnom dijagramu dolazi do smanjenja naprezanja. U stvarnom dijagramu (isprekidana crta) stvarno naprezanje raste zbog toga što se presjek epruvete smanjuje brže nego što se smanjuje vrijednost vlačne sile. (*Brnić, J., Turkalj, G., 2004., str. 56-59*)

### 3. Dinamička opterećenja

Dinamička opterećenja su opterećenja koja se tijekom vremena mijenjaju po veličini ili po smjeru (ili oboje). Promjene intenziteta opterećenja mogu biti:

#### 1) Slučajne (stohastičke)

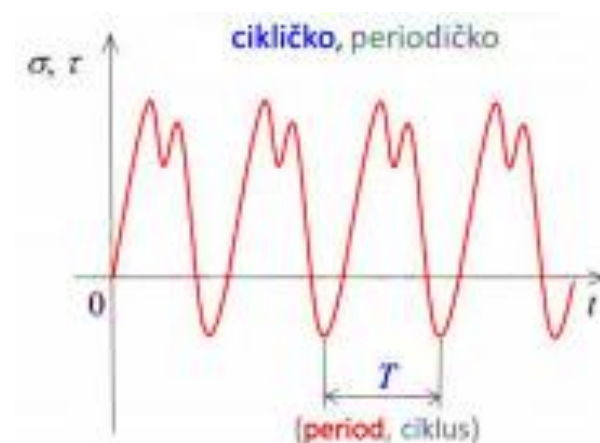
„Ako se ne može utvrditi zakonitost promjene tijekom vremena, dinamičko naprezanje naziva se neperiodičkim. Takvo je naprezanje, primjerice u krilu aviona koji leti kroz oluju ili u nekim dijelovima drobilice za kamenje“ (Sl. 9) (Križan B., 2008., str. 186)



Slika 9. Neperiodička dinamička opterećenja (Munjias N., 2020.)

#### 2) Periodičke

Periodička dinamička opterećenja (Sl. 10) su opterećenja koja možemo predvidjeti. Njih prikazujemo kao krivlju koja se stalno ponavlja te su takva opterećenja povoljna za proračune i planiranje zamora materijala.

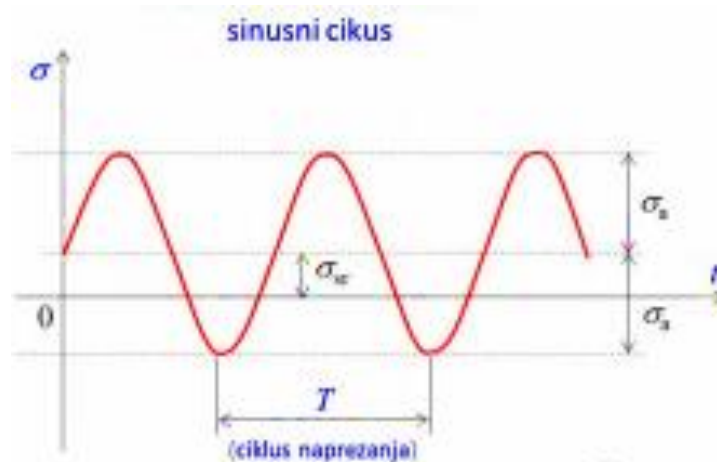


Slika 10. Periodička dinamička opterećenja (Munjias N., 2020.)

### 3) Harmoničke

„Ako se promatra jedno vlakno na površini osovine koja rotira, a savinuta je silom koja djeluje stalno u istom smjeru vidjet će se da to vlakno tijekom svakog okretaja trpi naprezanje koje od nule raste do nekoga najvećega vlačnog, zatim se smanjuje do nule i raste do nekoga najvećega tlačnoga naprezanja koje se opet smanjuje do nule. Takve je promjena pravilna tj. periodička i može se prikazati sinusoidom. Takav je slučaj i kod raznih zupčastih, remenskih i sličnih prijenosnika“ (Križan B., 2008., str. 186)

Harmonička dinamička opterećenja (Sl. 11) su zapravo vrsta periodičkih opterećenja. Harmonička dinamička opterećenja, za razliku od običnih periodičnih opterećenja možemo prikazati kao krivlju zbog toga što ona upravo tako djeluju – kao na primjeru vagona vlaka.

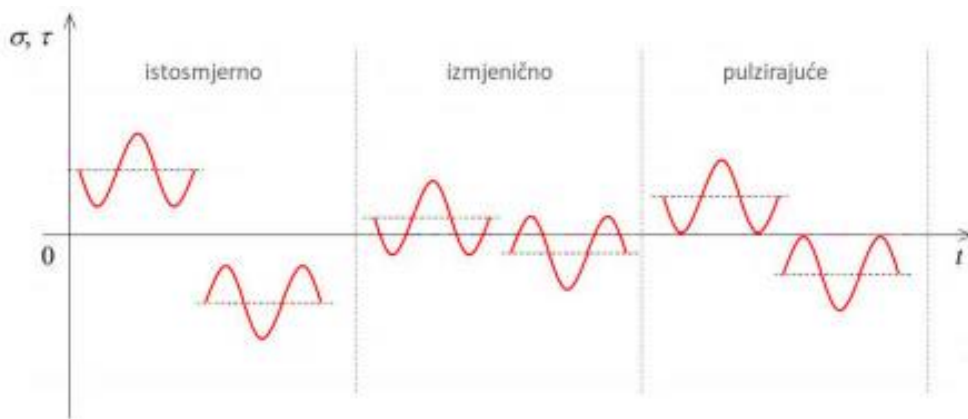


Slika 11 – Harmonička dinamička opterećenja (Munjas N., 2020.)

Postoje također udarna dinamička opterećenja, pri kojima se veličina opterećenja mijenja skokovito u vrlo kratkom vremenskom intervalu, što znači da imaju efekt kratkotrajnog impulsa.

S obzirom na smjer djelovanja, dinamička se naprezanja, prema Sl. 12, dijele na:

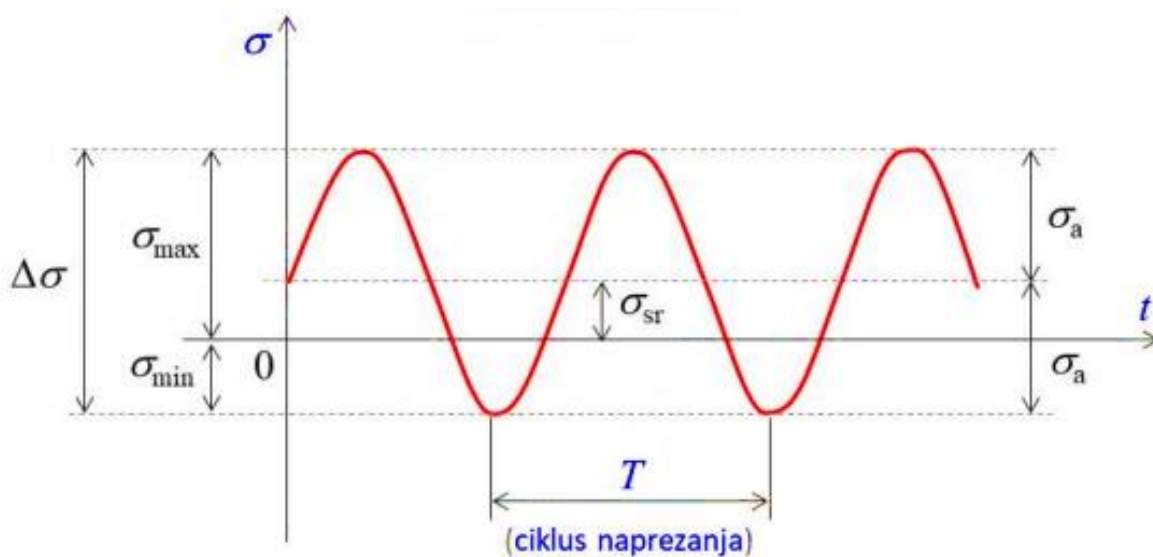
- Istosmjerna
- Izmjenična
- Impulsna (pulzirajuća)



Slika 12 – Vrste naprezanja s obzirom na smjer (Munjas N., 2020.)

„Ako dinamičko naprezanje mijenja predznak, tj. ako sinusoida prelazi preko apscise, govori se o izmjeničnom naprezanju, odnosno opterećenju. Ako nije taj slučaj, govori se o pulsirajućem naprezanju odnosno opterećenju.“ (Križan B., 2008., str. 187)

Pri proračunu dinamičkih opterećenja strojnih dijelova, većinom se pretpostavlja da su opterećeni harmonijskim opterećenjima (Sl. 11), dok dodatne nepoželjne utjecaje zbog udarnih opterećenja obuhvaćamo faktorima radnih uvjeta.



Slika 13 – Sinusni ciklus dinamičkog naprezanja (Munjas N., 2020.)

Gornje (maksimalno) naprežanje unutar ciklusa:

$$\sigma_{\max} = \sigma_{\text{sr}} + \sigma_a, \tau_{\max} = \tau_{\text{sr}} + \tau_a$$

Donje (minimalno) naprežanje unutar ciklusa:

$$\sigma_{\min} = \sigma_{\text{sr}} - \sigma_a, \tau_{\min} = \tau_{\text{sr}} - \tau_a$$

Srednje naprežanje ciklusa:

$$\sigma_{\text{sr}} = \sigma_m = \frac{\sigma_{\max} + \sigma_{\min}}{2}$$

$$\tau_{\text{sr}} = \tau_m = \frac{\tau_{\max} + \tau_{\min}}{2}$$

Raspon naprežanja:

$$\Delta\sigma = \sigma_{\max} - \sigma_{\min}, \Delta\tau = \tau_{\max} - \tau_{\min}$$

Amplituda ciklusa:

$$\sigma_a = \frac{\sigma_{\max} - \sigma_{\min}}{2} = \frac{\Delta\sigma}{2}, \tau_a = \frac{\tau_{\max} - \tau_{\min}}{2} = \frac{\Delta\tau}{2}$$

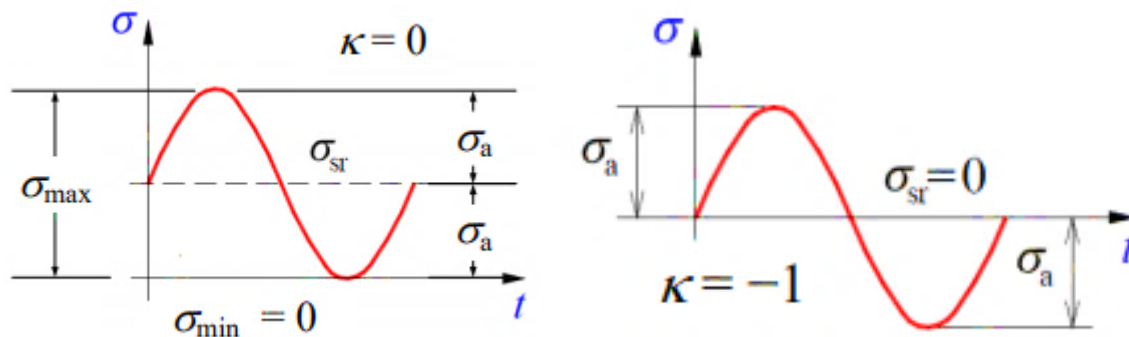
Faktor asimetričnosti ciklusa:

$$\kappa = \frac{\sigma_{\min}}{\sigma_{\max}} = \frac{\tau_{\min}}{\tau_{\max}}$$

za simetričan ciklus  $\kappa = -1$ , za nesimetričan ciklus  $\kappa \neq -1$ .

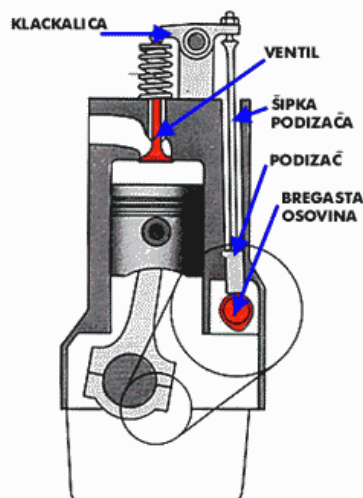
U strojarskoj praksi su najčešća dva slučaja dinamičkog opterećenja – prvi slučaj je pulzirajući ili impulsni ciklus koji stvara čisto pulzirajuće dinamičko ili ishodišno dinamičko naprežanje. Drugi slučaj je simetričan ili njihajući ciklus koji stvara čisto izmjenično dinamičko naprežanje.





Slika 14 – Usporedba pulzirajućeg i simetričnog ciklusa (Munjas N., 2020.)

Primjer pulzirajućeg ciklusa je klackalica za otvaranje ventila na motorima. Klackalica za otvaranje ventila motora je opterećena na pulzirajuće tj. impulsno dinamičko naprezanje na savijanje. Bregasta osovina ima brijeg koji nije u centru te kada dođe u određeni stupanj, taj brijeg otvara ventil pomoću klackalice.



Slika 15 – Presjek motora na unutarnje izgaranje sa klackalicom za otvaranje ventila ([https://izeksploatacijemv.weebly.com/razvodni\\_mehanizam.html](https://izeksploatacijemv.weebly.com/razvodni_mehanizam.html) - 29.08.2021.)

Primjer izmjeničnog dinamičnog naprezanja na savijanje je osovina vagona ili bilo koja druga osovina koja je sastavljena od jednog dijela. Tijekom jednog okreta, osovina je izložena naizmjenično savijanju na jednu pa na drugu stranu.

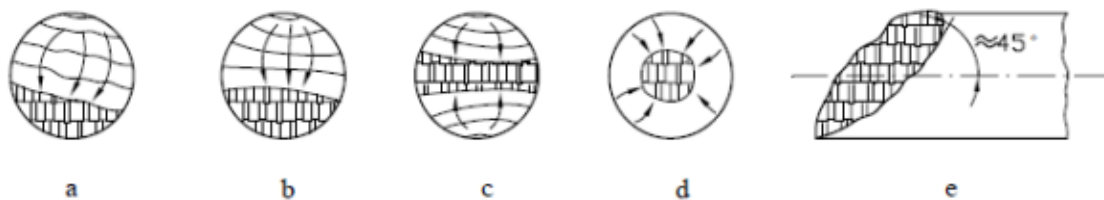
### 3.1 Zamorni lom

Dosadašnja ispitivanja opterećenja i opće iskustvo su već pokazali da je izdržljivost materijala pri dinamičkim opterećenjima znatno niža nego pri statičkim. Lomovi se znaju javljati pri naprezanjima nižima od granice čvrstoće, čak znatno nižima od granice tečenja. Oni nastupaju tek nakon dovoljno velikog broja primjena opterećenja te su dobili naziv po zamoru materijala, tj. nazivaju se zamorni ili dinamički lomovi.

*„U praksi se na konstrukcijskim elementima javlja oko četiri puta više zamornih nego statičkih lomova. To upućuje na važnost proučavanja dinamičkih opterećenja“ (Križan B., 2008., str. 208)*



Slika 16 – Zamorni lom (Križan B., 2008., str. 209)



Slika 17 – Izgled zamornih lomova (a: aksijalno opterećenje, b: istosmjerno savijanje, c: izmjenično savijanje, d: savijanje uz okretanje, e: torzija) (Križan B., 2008., str. 209)

Izgled površina loma konstrukcijskog elementa (Sl. 17) ovisi o vrsti dinamičkog opterećenja:

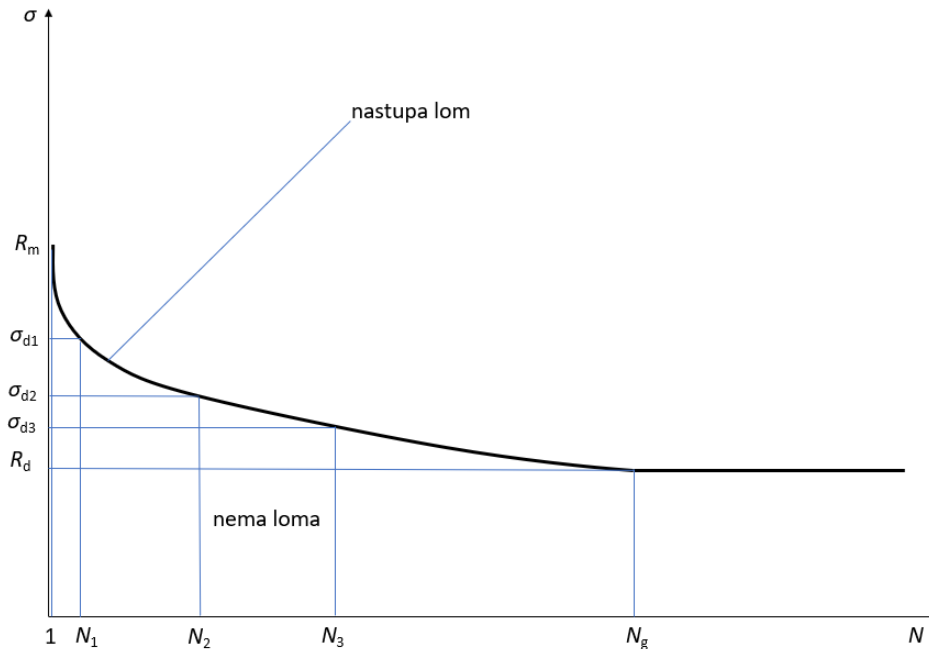
- Kod izmjeničnog aksijalnog opterećenja pukotina se počinje širiti sa jednog mjesta na obodu

- b) Kod istosmjernog savijanja pukotina nastaje na vlačno opterećenoj strani u zoni najvećih naprezanja
- c) Kod izmjeničnog savijanja, pukotine nastaju na obje strane u zonama najvećih naprezanja gdje se izmjenjuju tlak i vlak
- d) Ako je element savijen u jednoj ravnini ali se okreće (savijanje uz okretanje), tijekom jednog okretanja zona najvećih vlačnih naprezanja prolazi po cijelom obodu što znači da će nastati više pukotina po obodu koje se šire prema sredini
- e) Kod elementa opterećenog torzijom površina zamornog loma nastaje pod kutem od  $45^\circ$  prema osi tj. u ravnini najvećih nominalnih naprezanja

Prema izgledu prijelomne površine možemo zaključiti je li lom nastao zbog statičkog preopterećenja ili zbog zamora materijala, te koja vrsta opterećenja je uzrokovala zamorni lom. Ukoliko je dinamičko naprezanje bilo znatno veće od dinamičke čvrstoće, glatka površina zamornog loma biti će mala, dok će hrapava površina biti velika. Ukoliko dinamičko naprezanje nije bilo znatno veće od dinamičke čvrstoće glatka površina zamornog loma će biti velika, dok će hrapava površina biti mala. (*Križan, B., 2008., str. 208*)

### 3.2 Woehlerov dijagram

August Woehler je 1866. godine započeo ispitivati čvrstoće dinamički opterećenih dijelova. Došao je do zaključka da ukoliko se ispitna epruveta podvrgne vlačnom dinamičkom naprezanju, koje je manje od vlačne čvrstoće tog materijala, nakon određenog broja ciklusa nastupit će zamorni lom.



Slika 18 – Woehlerov dijagram (Križan B., 2008., str. 210)

Ukoliko ovaj ciklus ponavljamo sa jednakim epruvetama, međutim sa manjim napreznjima, broj ciklusa koji je potreban da dođe do zamornog loma će biti sve veći. Također, eventualno ćemo doći do dovoljno malog napreznja kod kojega više neće biti zamornog loma – to se napreznje zove trajna dinamička čvrstoća,  $R_d$ .

### 3.3 Koncentracija napreznja pri dinamičkom opterećenju

Kao što je prije spomenuto, pri dinamičkim opterećenjima na mjestima najveće koncentracije napreznja dolazi do zamora materijala. Na tim mjestima dolazi do stvaranja mikroskopskih pukotina koje imaju tendenciju širenja, što dovodi do zamornog loma.

*„Proračun koncentracije napreznja kod dinamički opterećenih konstrukcijskih elemenata ima prvorazrednu važnost.“ (Križan B., 2008., str. 225)*

Utjecaj pukotina na smanjenje dinamičke čvrstoće matematički prikazujemo efektivnim faktorom koncentracije napreznja  $\beta_k$ . Definiran je kao omjer trajne izmjenične dinamičke čvrstoće glatke ispitne epruvete  $R_{d-1}$  i trajne izmjenične dinamičke čvrstoće probne epruvete sa pukotinom  $R_{d-1k}$ . Pri tome eksperimentu, obje epruvete moraju biti istog promjera, iste obrade i podvrgnute istom opterećenju.

$$\beta_k = \frac{R_{d-1}}{R_{d-1k}}$$

Faktor ovisi o obliku, veličini pukotine i vrsti opterećenja te o materijalu. Zbog različitih struktura, materijali nisu podjednako osjetljivi na koncentraciju naprezanja – npr. kod krhkih materijala su vrijednosti faktora  $\beta_k$  veće, a dinamička čvrstoća elemenata sa pukotinom manja. Kod žilavijih materijala sa druge strane, vrijednosti faktora  $\beta_k$  su manje, dok je dinamička čvrstoća veća.

### 3.4 Dopuštena naprezanja dinamičkih opterećenja

Pri približnim proračunima dinamički opterećenih strojnih dijelova, dopušteno naprezanje dobivamo dijeljenjem trajne dinamičke čvrstoće sa faktorom sigurnosti:

$$\sigma_{dop} = \frac{R_d}{S_d}$$

$$\tau_{dop} = \frac{R_{dt}}{S_d}$$

Vrijednosti  $R_d$ , odnosno  $R_{dt}$  očitavaju se iz tablica ili iz Smithovih dijagrama, dok bi faktor sigurnosti trebao biti određen, ili u nedostatku podataka uzimamo veći faktor sigurnosti  $S_d = 3 \dots 4$ .

### 3.5 Bachov faktor korekcije

*„Kod dinamički složeno napregnutih konstrukcijskih elemenata, pojedina opterećenja tijekom vremena ne doživljavaju jednake promjene. Primjerice vratila mogu biti opterećena ishodišno promjenjivim momentom torzije, dok savijanje vratila zbog okretanja ima izmjenično promjenjiv karakter.“ (Križan B., 2008., str. 238)*

To znači da tangencijalno naprezanje moramo računati u odnosu na trajnu ishodišnu dinamičku čvrstoću pri torziji, a normalno naprezanje u odnosu na trajnu izmjeničnu dinamičku čvrstoću pri savijanju. Bachov faktor korekcije je uveden kako bi obuhvatili te različitosti, te se dodaje u izraz za ekvivalentno naprezanje, koji prema teoriji najveće distorzijske energije (von Mises) ima oblik:

$$\sigma_{ekv} = \sqrt{\sigma^2 + 3(\alpha_0 \tau)^2}$$

$\alpha_0$  - Bachov faktor korekcije

Faktor korekcije uzima u obzir promjenjivost opterećenja koja djeluju tijekom vremena. Pomoću njega preračunavamo opterećenje s tangencijalnim naprezanjem u opterećenja s normalnim naprezanjem, te je on jednak:

$$\alpha_0 = \frac{R_d}{1,73 \cdot R_{dt}} = \frac{R_{ds}}{1,73 \cdot R_{dt}}$$

U te izraze pri izmjeničnom dinamičkom opterećenju uvrštavamo trajne dinamičke čvrstoće  $R_{d-1}, R_{ds-1}$  ili  $R_{dt-1}$ , a pri ishodišnom dinamičkom opterećenju trajne dinamičke čvrstoće  $R_{d0}, R_{ds0}$  ili  $R_{dt0}$ . Za približne proračune možemo koristiti približne vrijednosti Bachova faktora korekcije, ukoliko nam je bitno samo da je rezultat približno točan.

Savijanje		Statičko $\kappa = 1$	Ishodišno promjenjivo $\kappa = 0$	Izmjenično promjenjivo $\kappa = -1$
Torzija	Statička $\kappa = 1$	1	0,7	0,4
	Ishodišno promjenjiva $\kappa = 0$	1,3	1	0,7
	Izmjenično promjenjiva $\kappa = -1$	1,6	1,3	1

Tablica 1 – Približne vrijednosti Bachova faktora korekcije  $\alpha_0$  (Križan B., 2008., str. 239)

Ako je neki konstrukcijski element dinamički opterećen savijanjem i torzijom, na mjestu koncentrata naprezanja imati ćemo efektivni faktor koncentracije naprezanja za torziju i za savijanje. U tom slučaju proračunava se modificirani Bachov faktor korekcije:

$$\alpha_{0k} = \alpha_0 \cdot \frac{\beta_{kt}}{\beta_{ks}} \approx \alpha_0 \cdot \frac{\alpha_{kt}}{\alpha_{ks}}$$

Kriterij čvrstoće zahtjeva da je ekvivalentno naprezanje manje od dopuštenog naprezanja, koje se u ovom slučaju proračunava sa faktorom  $\beta_{ks}$  za savijanje:

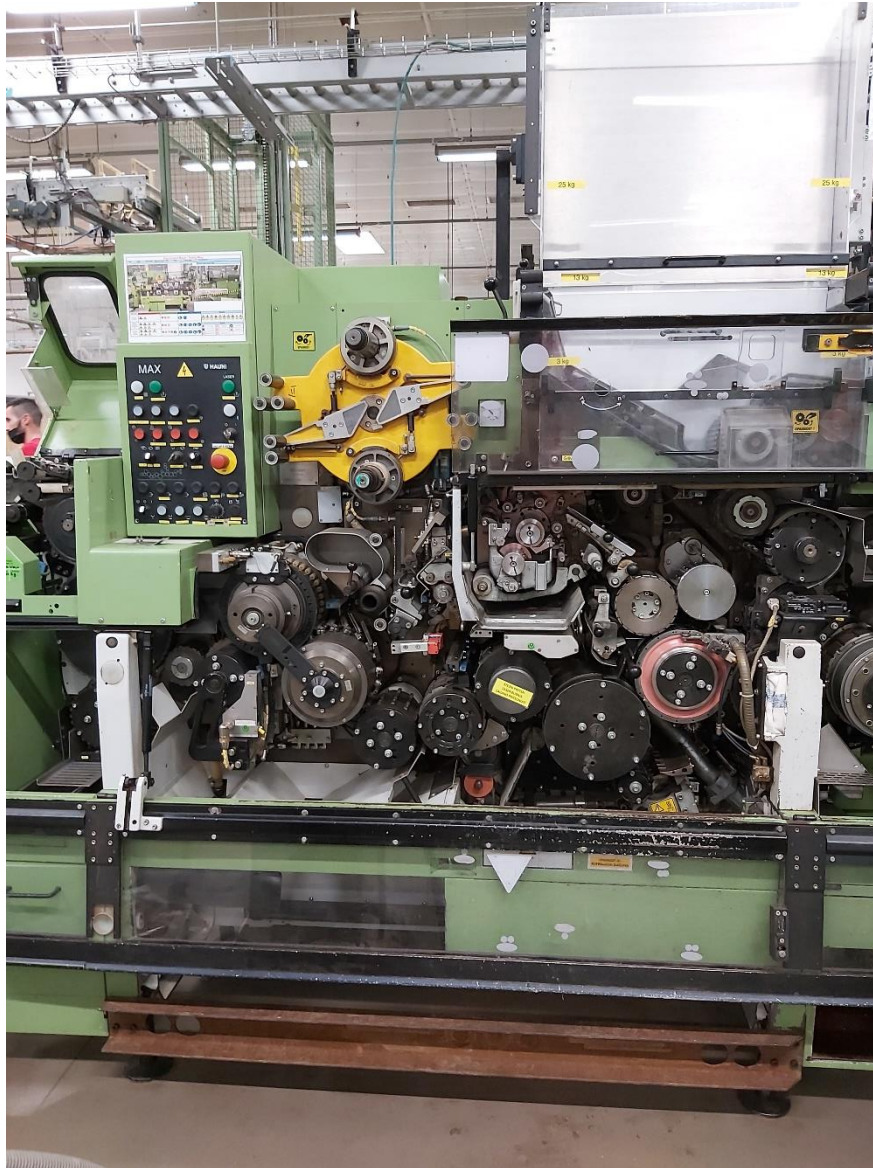
$$\sigma_{ekv} = \sqrt{\sigma_s^2 + 3 \cdot (\alpha_{0k} \cdot \tau_t)^2} \leq \sigma_{sdop} = \frac{R_{ds}}{S_d} \cdot \frac{b_1 \cdot b_2 \cdot b_3}{\beta_{ks}}$$

Kod proračuna, najčešće se umjesto sa  $\alpha_{0k}$  računa sa  $\alpha_0$ .

## 4. Proračun

### 4.1 Predmet proračuna

U praktičnom dijelu rada će se odraditi kontrolni proračun vratila bubnja za predaju cigareta stroja za izradu cigareta Hauni Protos 80ER (Sl. 19), koji se nalazi u proizvodnom pogonu tvrtke TDR d.o.o. (Tvornica duhana Rovinj) u Kanfanaru.



Slika 19 – Stroj za izradu cigareta Hauni Protos 80ER, dio stroja: MAX)

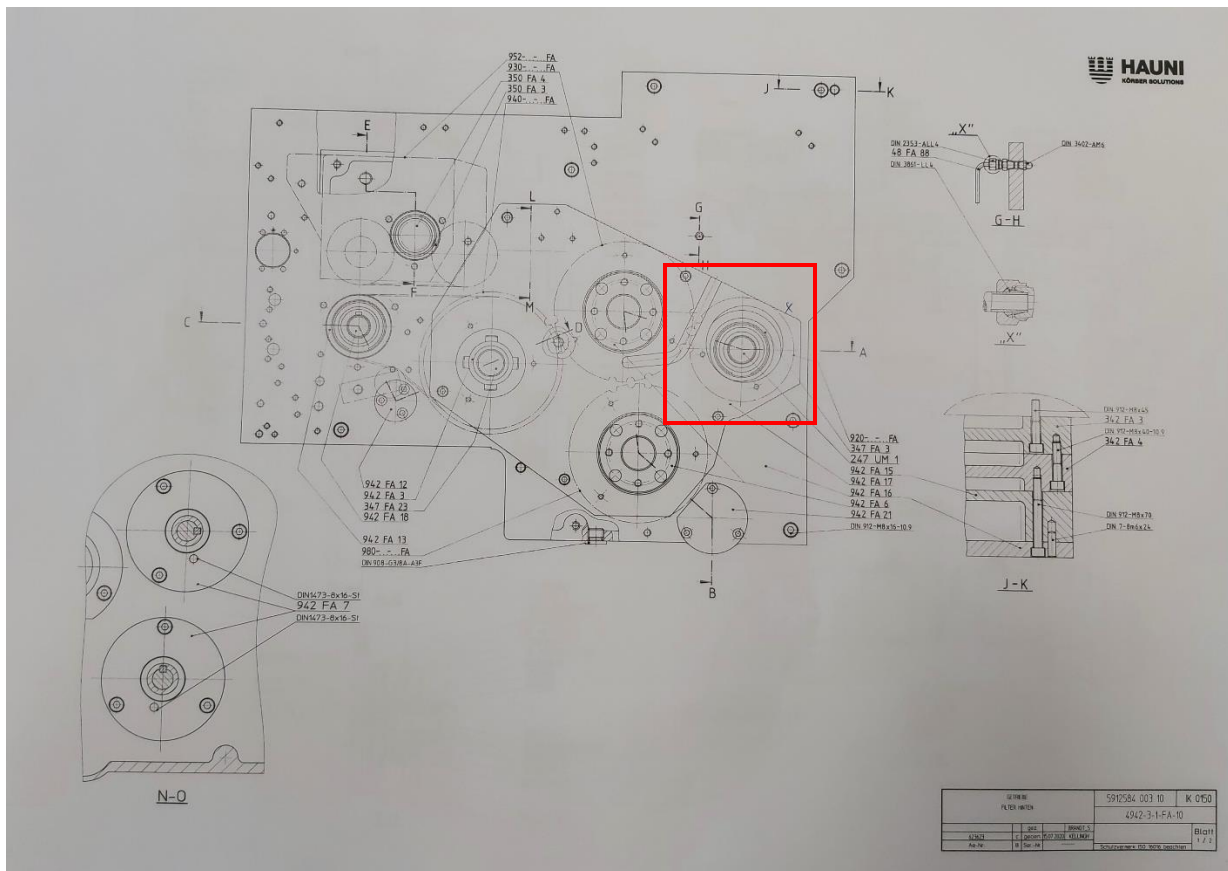
Hauni Protos je stroj za izradu cigareta koji se sastoji od mnogo osovina, vratila, motora te pokretnih dijelova. Za ovaj proračun je odabrano vratilo bubnja za predaju

cigareta na izlaznu traku. Bubanji za predaju cigareta koriste vakuum kako bi primio i zadržao cigareta sa prethodnog bubnja, te kako ih prebaci do sljedećeg bubnja otpusti vakuum te preda cigaretu dalje. Vratilo za koje je bubanj fiksiran (slika 20), je smješteno na dva ležaja (6006 i 6008), te sa jedne strane ima utor za remenicu koja pogoni bubanj. Vratilo je opterećeno samo momentom torzije, i slabog je opterećenja na savijanje zbog male težine aluminijskog bubnja. Brzina stroja se često mjenja, te je zbog toga vratilo dinamički opterećeno. Shema vratila, izgled i osnovne dimenzije prikazane su na Sl. 21 – Sl. 23.



*Slika 20 – bubanj za predaju cigareta na izlaznu traku*

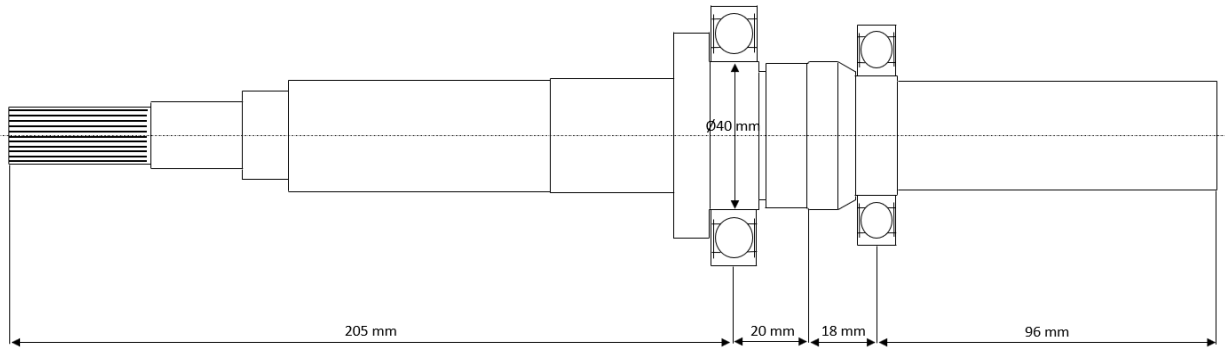




Slika 21 – shema dijela stroja za predaju cigareta na izlaznu traku



Slika 22 – Vratilo bubnja za predaju cigareta



Slika 23 – Pojednostavljeni shematski prikaz vratila sa osnovnim mjerama

#### 4.2 Proračun vratila

U ovom proračunu odraditi će se kontrola vratila na torziju i savijanje. Vratilo je statički opterećeno na savijanje zbog težine samog vratila, te zbog težine zupčanika koji pokreće vratilo. Također vratilo je dinamički opterećeno na torziju zbog vrtnje samog vratila, dinamički je opterećeno zbog toga što brzina nije konstantna – već se mjenja ovisno o raznim faktorima (zamjena cigaretnog papira, zamjena kork papira, formiranje novog svitka). Materijal vratila je konstrukcijski čelik Č0545, koji je vrlo čest u konstrukciji vratila te njegove mehaničke karakteristike možemo pronaći u strojarskim priručnicima.

Iz tablice mehaničkih karakteristika prema literaturi (Orlić G., Orlić Ž., 2004., str. 67), mogu se odrediti vrijednosti granice plastičnosti te trajne dinamičke čvrstoće. Usvojene trajne dinamičke čvrstoće za Č0545 su:

$$R_{dt0} = 205 \text{ N/mm}^2$$

$$R_{ds-1} = 245 \text{ N/mm}^2$$

Ostale informacije koje imamo o vratilu su sljedeće:

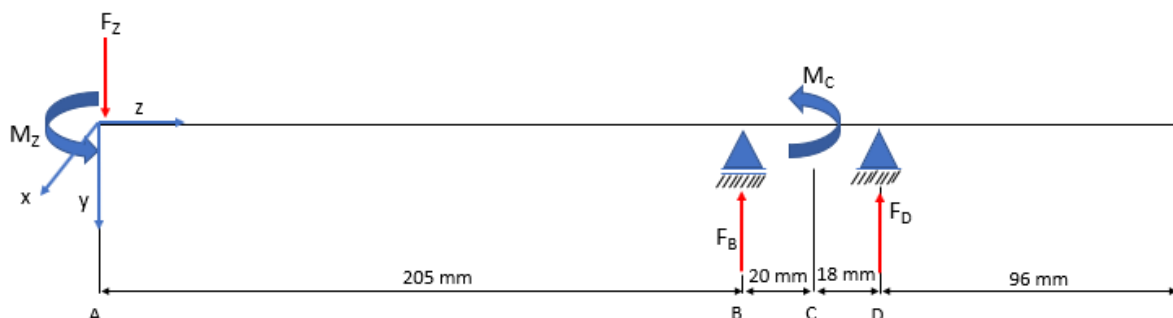
$$P = 10 \text{ kW} \text{ – snaga na vratilu}$$

$$m_z = 481 \text{ g} \text{ – masa pogonskog zupčanika}$$

Podatak broja okretaja vratila može se dobiti na jednostavan način. Buban na vratilu ima 18 kanala za cigarete, što znači da jedan krug vratila izbacuje 18 cigareta na izlaznu traku. Nazivna brzina stroja je 9000 cigareta u minuti, te kako bi dobili broj okretaja

u minuti podjelimo broj cigareta u minuti sa brojem cigareta koje stanu na bubanj, te dobijemo:

$$n = 9000 / 18 = 500 \text{ min}^{-1}$$



Slika 24 – Pojednostavljeni prikaz sila i momenata nad vratilom

Problemu pristupamo grafičkim prikazom svih sila i momenata koji djeluju na vratilo. Sila  $F_Z$  predstavlja težinu zupčanika, koja utječe na savijanje vratila. Moment  $M_Z$  je moment koji se prenosi na vratilo pomoću motora i zupčanika. Moment  $M_C$  predstavlja reakciju bubnja, koji djeluje u suprotnom smjeru u odnosu na moment koji se prenosi sa zupčanika, ali sa istim intenzitetom. Sile  $F_B$  i  $F_D$  su reakcije oslonaca na težinu zupčanika.

$$F_Z = m_Z \cdot g = 0,481 \cdot 9,81 = 4,72 \text{ N}$$

Kako bi odredili nepoznanice, uspostavljamo jednadžbe ravnoteže sila u na pravcu vertikalne osi y, sumu momenata oko uzdužne osi z te momenata u presjeku B.

$$\sum M_z = 0$$

$$M_T - M_C = 0 \rightarrow M_C = M_T$$

$$\sum F_y = 0$$

$$-F_B - F_D + F_Z = 0$$

$$F_B = F_Z - F_D$$

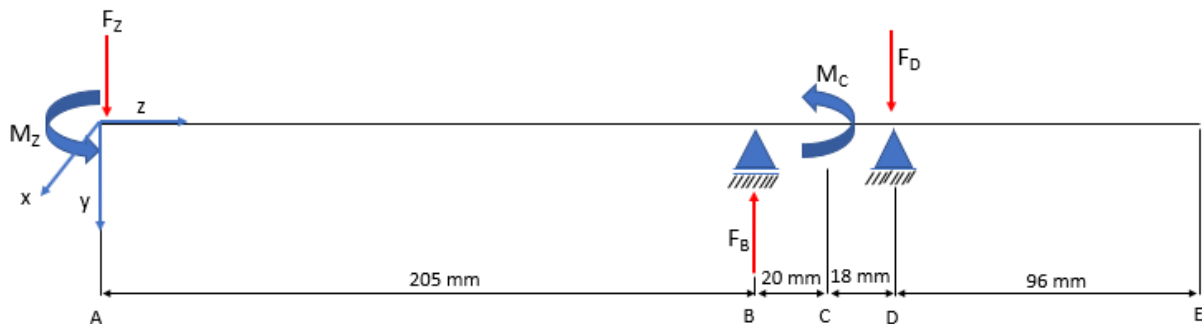
$$\sum M_B = 0$$

$$F_D \cdot (l_2 + l_3) + F_Z \cdot l_1 = 0$$

$$F_D \cdot (l_2 + l_3) = F_Z \cdot l_1$$

$$F_D = -\frac{F_Z \cdot l_1}{l_2 + l_3} = -\frac{4,72 \cdot 205}{20 + 18} = -25,46 \text{ N}$$

Dobili smo negativan predznak na sili reakcije  $F_D$ , što znači da smo na prvoj skici krivo pretpostavili smjer sile reakcije, koja djeluje u suprotnom smjeru, prema slici u nastavku.



Slika 25 – Ispravljeni prikaz sila i momenata nad vratilom

Slijedi:

$$F_B = F_Z - F_D = 4,72 - (-25,46) = 30,18 \text{ N}$$

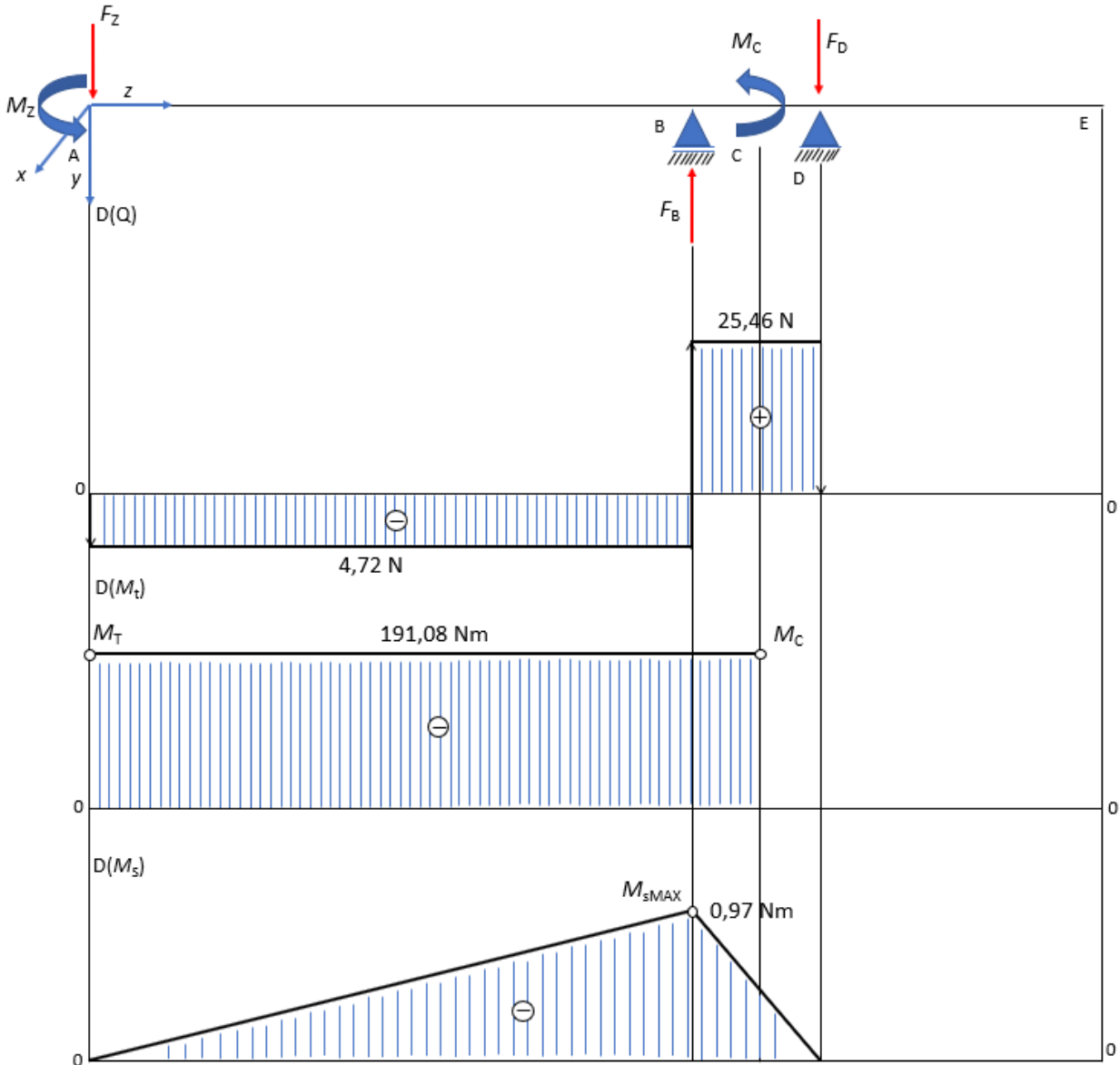
$$P = M_T \cdot \omega \rightarrow M_T = \frac{P}{\omega} = \frac{P}{\frac{2 \cdot \pi \cdot n}{60}} = \frac{10000}{\frac{2 \cdot \pi \cdot 500}{60}} = 191,08 \text{ Nm}$$

$$M_{tMAX} = |M_{TB}| = M_T = 191,08 \text{ Nm}$$

Moment savijanja je promjenjivog intenziteta cijelom duljinom vratila od točke A do točke D, maksimalna vrijednost jednaka je vrijednosti u točki B.

$$M_{sMAX} = -F_Z \cdot l_1 = -F_D \cdot (l_2 + l_3) = -(-25,46) \cdot (20 + 18) = 0,97 \text{ Nm}$$

Maksimalna vrijednost momenta savijanja je u točki B, koja se dobije tako da pomnožimo težinu zupčanika sa udaljenosti od točke B. Sada imamo sve potrebne informacije, te možemo nacrtati dijagrame sila i momenata.



Slika 26 – Grafički prikaz utjecaja sila i momenata nad vratilom

Prema dijagramima na Sl. 26, kao kritičan presjek uzimamo presjek B jer se u njemu javlja najveći moment savijanja, dok je moment torzije jednakog intenziteta cijelom duljinom A – D.

U prvom dijelu odraditi će se proračun na opterećenje ishodišne torzije ili uvijanja, kao prevladavajuće opterećenje vratila. Imamo sve informacije osim momenta otpora površine presjeka pri opterećenju na torziju.

$$W_P = \frac{\pi \cdot d^3}{16}$$

Ispravljenu vrijednost dopuštenog naprezanja dobivamo pomoću prije navedene dinamičke čvrstoće, te faktora utjecaja hrapavosti na savijanje ( $b_1$ ), faktora veličine ( $b_2$ ), utjecaja režima rada ( $b_3$ ) te efektivnog faktora koncentracije naprezanja ( $\beta_k$ ). Točne vrijednosti tih podataka se iščitavaju iz grafa, međutim mi koristimo vrijednosti koje smo koristili za slično dimenzionirano vratilo na predavanjima. (*Munjas N., 2020.*)

U slučaju dinamičkih opterećenja, uzima se faktor sigurnosti ( $S_d = 3..4$ ), prema literaturi (*Orlić, Ž., 2004, str. 19*). Kao faktor sigurnosti za proračun opterećenog vratila na ishodišnu torziju, uzimamo vrijednost  $S_d = 3$ .

Dopušteno tangencijalno naprezanje kod dinamičkog torzijskog opterećenja:

$$\tau_{tdop} = \frac{R_{dt0}}{S_D} \cdot \frac{b_1 \cdot b_2 \cdot b_3}{\beta_k} = \frac{205}{3} \cdot \frac{0,9 \cdot 0,85 \cdot 1}{1,5} = 34,85 \frac{N}{mm^2}$$

Slijedi:

$$W_P = \frac{\pi \cdot d^3}{16} = \frac{\pi \cdot 40^3}{16} = 12560 \text{ mm}^3$$

Pomoću momenta otpora i maksimalnog momenta torzije, dolazimo do maksimalnih naprezanja na torziju:

$$\tau_{max} = \frac{M_{tMAX}}{W_P} = \frac{191082}{12560} = 15,21 \frac{N}{mm^2}$$

$$\tau_{max} < \tau_{tdop}$$

Kako bi proglasili vratilo ispravno konstruiranim, maksimalna naprezanja moraju biti manja ili jednaka dopuštenim, uzimajući u obzir faktor korekcije. U ovome slučaju maksimalna naprezanja na torziju su manja od dopuštenih, što znači da je vratilo ispravno dimenzionirano.

U sljedećem koraku odraditi će se kontrolni proračun za vratilo koje je pri radu dinamički opterećeno na ishodišnu torziju i izmjenično savijanje.

Dopušteno normalno naprezanje kod dinamičkog savojnog opterećenja:

$$\sigma_{sdop} = \frac{R_{ds-1}}{S_D} \cdot \frac{b_1 \cdot b_2 \cdot b_3}{\beta_k} = \frac{245}{3} \cdot \frac{0,9 \cdot 0,85 \cdot 1}{1,5} = 41,65 \frac{N}{mm^2}$$

U ovom slučaju računamo ekvivalentno naprezanje (reducirano normalno naprezanje). Ekvivalentno naprezanje može se odrediti prema teoriji najveće distorzijske energije (von Mises).

$$M_{ekv} = \sqrt{M_S^2 + 0,75 \cdot (\alpha_0 \cdot M_T)^2}$$

Ta je teorija najmodernija, te se dobro slaže s eksperimentalnim rezultatima i u praksi se najviše primjenjuje pri projektiranju gdje se upotrebljavaju plastični materijali. (*Brnić J., 2004., str. 332*)

Aksijalni moment otpora za os x za kružni poprečni presjek:

$$W_x = \frac{\pi \cdot d^3}{32} = \frac{\pi \cdot 40^3}{32} = 6280 \text{ mm}^3$$

Ekvivalentni moment dobivamo pomoću momenta savijanja, momenta torzije, te Bachovog faktora korekcije koji nam pokazuje način naprezanja na savijanje i torziju. Za statičko opterećenje Bachov faktor korekcije iznosi  $\alpha_0 = 1$ , dok za ostale kombinacije vrijednosti dobivamo iz tablice ili računanjem. U ovom proračunu ekvivalentno naprezanje računamo za ishodišno promjenjiv moment torzije te izmjenični moment savijanja.

Tada Bachov faktor korekcije iznosi  $\alpha_0 = 0,7$  (prema Tab. 1). Ekvivalentni moment tada iznosi:

$$M_{ekv} = \sqrt{M_S^2 + 0,75 \cdot (0,7 \cdot M_T)^2} = \sqrt{0,97^2 + 0,75 \cdot (0,7 \cdot 191,08)^2} = 115,84 \text{ Nm}$$

$$\sigma_{ekv} = \frac{M_{ekv}}{W_x} = \frac{115840}{6280} = 18,45 \frac{N}{mm^2}$$

$$\sigma_{ekv} < \sigma_{sdop} \rightarrow \text{vratilo zadovoljava uvjete čvrstoće}$$

Ovim proračunima smo dokazali da je vratilo pravilno projektirano i konstruirano, zbog toga što su dopuštena naprezanja veća od naprezanja koja se pojavljuju u radu vratila. Nakon što smo ovo dokazali, možemo teoretski odrediti koji bi bio najmanji mogući promjer na kritičnom presjeku, a da dinamička čvrstoća vratila zadovoljava.

$$\sigma_{\text{dop}} = \frac{M_{\text{ekv}}}{W_{x \text{ min}}} \rightarrow W_{x \text{ min}} = \frac{M_{\text{ekv}}}{\sigma_{\text{sdop}}} = \frac{115840}{41,65} = 2781,27 \text{ mm}^3$$

$$W_{x \text{ min}} = \frac{\pi \cdot d^3}{32} \rightarrow d^3 = \frac{32 \cdot W_{x \text{ min}}}{\pi}$$

Slijedi da je potreban promjer vratila:

$$d = \sqrt[3]{\frac{32 \cdot W_{x \text{ min}}}{\pi}} = \sqrt[3]{\frac{32 \cdot 2781,27}{\pi}} = 30,48 \text{ mm}$$

Najmanji promjer u kritičnom presjeku mora biti  $d_{\text{min}} = 31 \text{ mm}$  ili više kako bi vratilo zadovoljavalo uvjete dinamičke čvrstoće.



## 5 Zaključak

Analiza naprezanja strojnih dijelova je vrlo bitan faktor pri konstruiranju stroja te takvim pristupom možemo točno proračunati naprezanja nekog strojnog dijela, te usporediti sa maksimalnim dopuštenim za taj materijal. Također u slučaju nedostatka originalnih rezervnih dijelova, pomoću informacija o materijalu te njegovim dimenzijama možemo dati izraditi rezervni dio – uz eventualne promjene ovisno o proračunu. U ovom slučaju odradili smo kontrolni proračun vratila stroja za izradu cigareta. Čak u najgoroj kombinaciji naprezanja, ovo vratilo je konstruirano tako su mu maksimalna naprezanja manja od maksimalnih dopuštenih, što znači da je vratilo konstruirano i za potencijalno veća naprezanja. Proračunom također dolazimo do informacije da je promjer vratila u kritičnom presjeku mogao biti  $d = 31$  mm umjesto stvarnih  $d = 40$  mm, čime bi se moglo uštedjeti na materijalu – međutim  $d = 40$  mm je standardna veličina za unutarnji promjer ležaja 6008, što znači jeftinija cijena ležaja koji je potrošni dio te se mjenja češće. Iz ovoga treba zaključiti da je konstruiranje strojnih dijelova koja su opterećena veliki proces sa puno parametara, te treba u obzir uzimati sve faktore kako poslje nebi bilo problema oko nabave novih ležajeva, zamora materijala, lomova i neplaniranog habanja.

## Literatura

- *Križan, B.* – Osnove proračuna i oblikovanja konstrukcijskih elemenata, 2. izd., Školska knjiga, Zagreb, 2008.
- *Brnić, J., Turkalj, G.* – Nauka o čvrstoći I, Zigo, Rijeka, 2004.
- *Orlić, Ž., Orlić, G.* – Osovine i vratila, Zigo, Rijeka, 2004.
- *Munjas N.* – Predavanja i vježbe iz kolegija Konstrukcije, *Preddiplomski stručni studij Politehnika*, 2020.
- *Decker, K.-H.* – Elementi strojeva, 2. izd., Tehnička knjiga, Zagreb, 1987.