

# Modeliranje i simulacija ravninskog krivuljnog mehanizma

---

**Kozić, Josip**

**Undergraduate thesis / Završni rad**

**2021**

*Degree Grantor / Ustanova koja je dodijelila akademski / stručni stupanj:* **Istrian University of applied sciences / Istarsko veleučilište - Università Istriana di scienze applicate**

*Permanent link / Trajna poveznica:* <https://um.nsk.hr/um:nbn:hr:212:094019>

*Rights / Prava:* [In copyright](#)/[Zaštićeno autorskim pravom.](#)

*Download date / Datum preuzimanja:* **2025-03-04**



*Repository / Repozitorij:*

[Digital repository of Istrian University of applied sciences](#)





Istarsko veleučilište  
Università Istriana  
di scienze applicate

**PREDDIPLOMSKI STRUČNI STUDIJ MEHATRONIKA**

**MODELIRANJE I SIMULACIJA RAVNINSKOG  
KRIVULJNOG MEHANIZMA**

Završni rad

Mentor: prof. dr. sc. Roberto Žigulić

Pula, 2021.

# Sadržaj

1. Uvod .....	4
2. Vrste i karakteristike ravninskih bregastih mehanizama .....	5
2.1. Vrsta gibanja pratitelja .....	6
2.3. Vrste pratitelja .....	7
2.4. Vrsta brijegova .....	9
2.5. Vrste prema ograničenju gibanja .....	10
2.6. Vrste modela gibanja.....	10
2.7. SVAJ dijagrami.....	11
3. Modeliranje kinematike podizača i brijega .....	12
3.1. Jednostavno harmonijsko gibanje .....	12
3.2. Cikloidalno gibanje .....	13
3.3. Polinomne funkcije .....	15
3.3.1. 3-4-5 Polinom .....	16
3.3.2. 4-5-6-7 polinom.....	18
3.4. SCCA obitelj dvostruko zadržavajućih funkcija .....	19
4. Dimenzioniranje brijega krivuljnog mehanizma prema kontaktnom kutu .....	23
4.1. Dimenzioniranje prema kontaktnom kutu.....	23
4.2. Polumjer zakrivljenosti.....	27
5. Dinamička analiza bregastog mehanizama .....	29
5.1. Neprigušeni odaziv .....	29
5.2. Prigušeni odaziv .....	31
5.3. Kinetostatička analiza bregastog mehanizama .....	34
5.4. Kinetostatički okretni moment bregastoga vratila.....	34
6. Primjeri zadataka .....	36
6.1. Primjer 1.....	36

5.1. Primjer 2. ....	39
5.3. Primjer 3.....	46
5.4. Primjer 4.....	50
6. Zaključak.....	55
7. Literatura.....	56
8. Prilog primjer 1. ....	57

## 1. Uvod

Ravninski bregasti (Brijeg – pratitelj) mehanizmi imaju široku primjenu u raznim mehatroničkim sklopovima, kao što su ventili u automobilu i cijeloukupna proizvodna industrija. Za razliku od zglobno polužnih mehanizama, konstruirani su da na izlazu daju specifičnu funkciju, ali su zato puno skuplji za proizvesti.

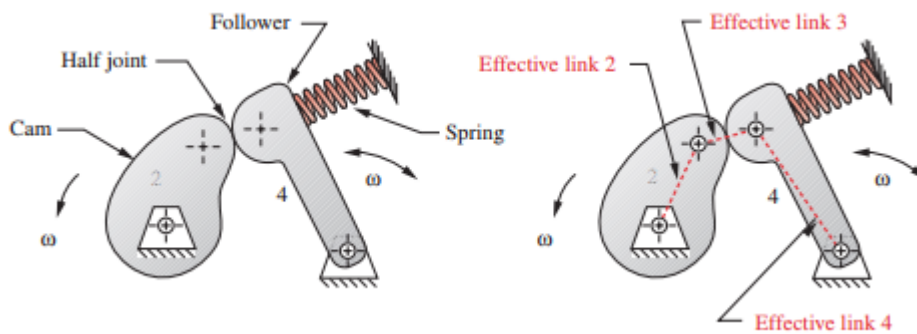
Konceptualno rješenje bregastog mehanizma čini ga odličnim i pozdanim funkcijskim generatorom. Može se zadati bilo koja željena izlazna funkcija u gibanju poluge. Takvo rješenje nema ograničenja što se tiče slobode gibanja, zato je jedna od najpopularnijih izvedbi mehanizama, ali kao i sve izvedbe ima i svojih nedostataka o kojima će se kasnije spominjati.

Mehanizmi su mehaničke naprave koje se sastoje od pokretnih dijelova koji su međusobno povezani i služe za pretvorbu jedne vrste gibanja u drugu. Međusobno povezana tijela se zovu članovi i oni čine kinematičku vezu, dva međusobno povezana para čine kinematički par. Parovi se razlikuju prema stupnjevima slobode kretanja. Postoji više vrsta mehanizama, zglobno – polužni, mehanizmi za prijenos rotacijskog gibanja i bregasti mehanizmi koji će biti obrađeni u ovome radu. U nastavku će biti obrađeni bregasti mehanizmi s kotačićem i kroz primjere će biti obrađena njihova kinematika i dinamika.

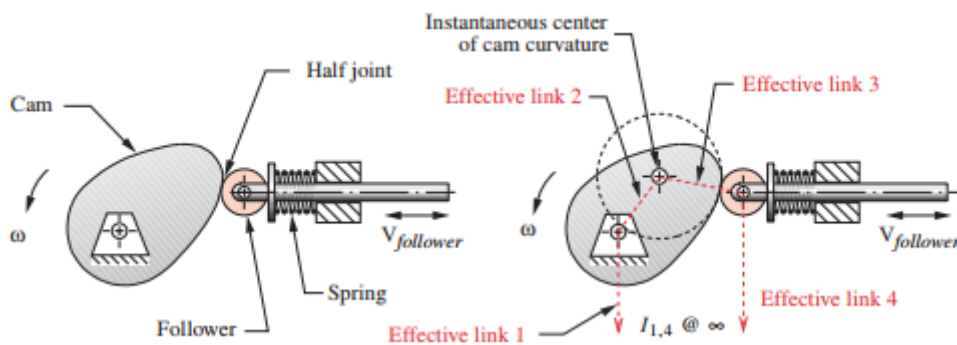
## **2. Vrste i karakteristike ravninskih bregastih mehanizama**

Ravninski bregasti mehanizami mogu se podijeliti u više kategorija, prema vrsti kretnje poluge, koja može biti translacijska ili rotacijska; prema vrsti brijega, koji može biti cilindrični, radijalni ili trodimenzionalni; prema vrsti zatvaranja zgloba, zatvaranje uz pomoć sile ili oblika; prema obliku poluge, zakrivljene, ravne, kotrljajuće ili klizne poluge; prema ograničenju gibanja, kritična krajna pozicija ili gibanje kritičnoga puta; prema vrsti gibanja, dizanje-spuštanje, dizanje-spuštanje-mirovanje, dizanje-mirovanje-spuštanje-mirovanje. U nastavku će biti obrađena svaka od ovih kategorija.

## 2.1. Vrsta gibanja pratitelja



Slika 1. Oscilirajući ravninski bregasti mehanizam



Slika 2. Translacijski ravninski bregasti mehanizam

Slika 1. prikazuje oscilirajući ravninski bregasti mehanizam, koji se koristi kada je potrebno dobiti rotaciju na izlazu, dok je na slici 2. prikazan translacijski, koji se koristi kada je potrebna translacijsko gibanje na izlazu. Svaki ima svoje prednosti, zato treba pažljivo odlučiti koji izabrati s obzirom na uvjete korištenja.

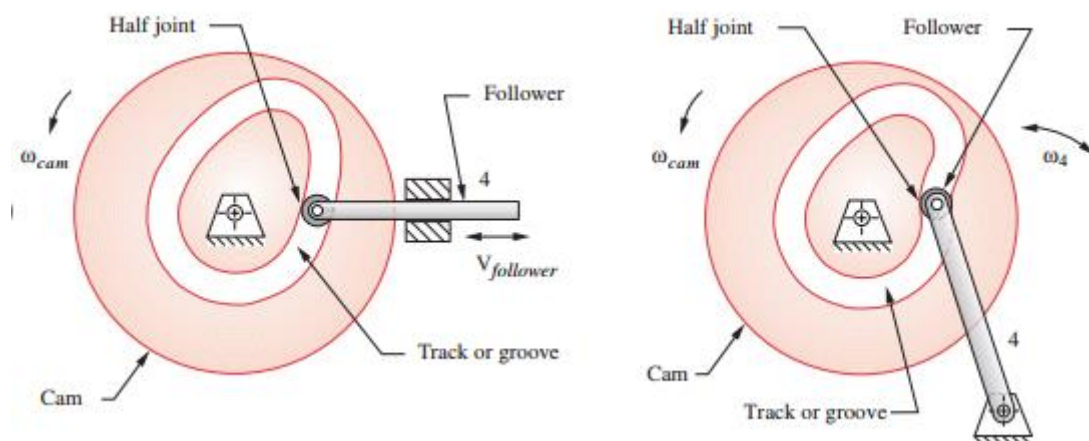
Klasična četverokutna veza koja se koristi kod zglobno – polužnih mehanizama ovdje je zamijenjena sa knematičkim parom brijeg-pratitelj za bilo koju poziciju. Zglobni četverokut je određen centrima brijega i pratitelja, kao što je prikazano pomoću crvenih isprekidanih linija na slikama 1. i 2.. Brzina i ubrzanje se određuje promatranjem efektivne veze za bilo koju poziciju. Efektivne veze mijenjaju udaljenost kako se mehanizam pomiče, omogućavajući im veću fleksibilnost u pronalaženju krajnjih točaka gibanja.

## 2.2. Vrsta zatvaranja kinematičkog para

Dijeli se na dvije vrste, zatvaranje kinematičkog para silom i zatvaranje kinematičkog para oblikom.

Zatvaranje kinematičkog para silom je vidljivo na slici 1. gdje se koristi opruga koja vanjskom silom kinematičkog para drži dva dijela zajedno (brijeg-pratitelj) u stalnome kontaktu. Sila koja zatvara kinematički par je pozitivna, ne smije postati negativna, jer to bi značilo da se je izgubio kontakt između brijega i pratitelja.

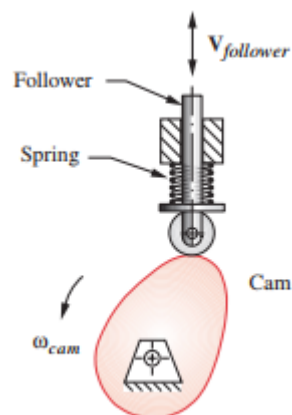
Zatvaranje kinematičkog para oblikom, kao što je prikazano na slici 3. znači da je kinematički par zatvoren samim geometrijskim oblikom i nije potrebna vanjska sila da ga drži na mjestu. Kinematički par ima dvije dodirne točke koje se međusobno odguravaju i s time pružaju mogućnost pomicanja pratitelja u oba smjera.



Slika 3. Zatvaranje zglobova oblikom

### 2.3. Vrste pratitelja

Postoje tri vrste pratitelja, tanjurasti, konični (zakrivljeni) i kotrljajući.

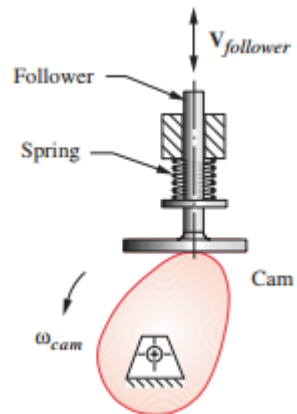


Slika 4. Kotrljajući pratitelj



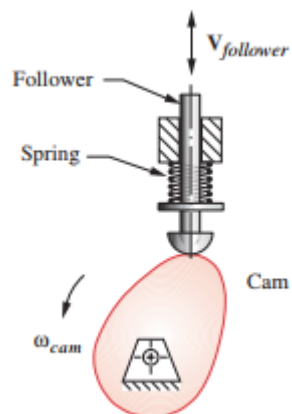
Prednost korištenja kotrljajućeg pratitelja je da ima manju silu trenja od druga dva, ali zato je njegova izvedba skuplja. Njihova upotreba je najčešća kod mehanizama za masovnu proizvodnju, gdje se koriste kao ležajevi na pokretnim trakama. Lako su zamjenjivi zbog velike dostupnosti i raznolikosti u proizvodnji.

Tanjurasti pratitelj se sastoji od ravne plohe čija je prednost što je jeftinija i manja, zato se koristi kod ventila u automobilskoj industriji.



Slika 5. Pratitelj kao ravna ploha

Konični pratitelj se obično izrađuje prema narudžbi, posebno za svaku primjenu. Neke od područja primjene su motori automobila i visokotlačna tehnologija.

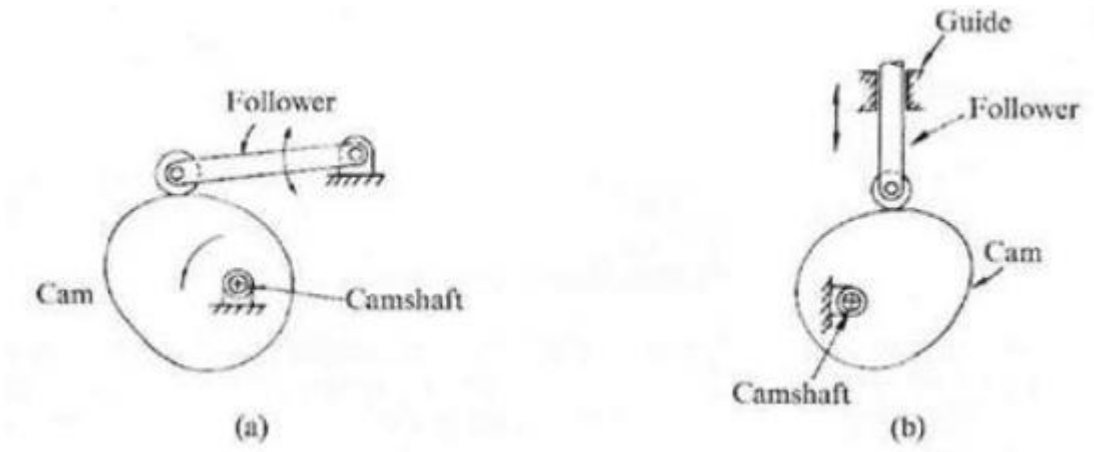


Slika 6. Pratitelj kao gljiva

## 2.4. Vrsta brijegova

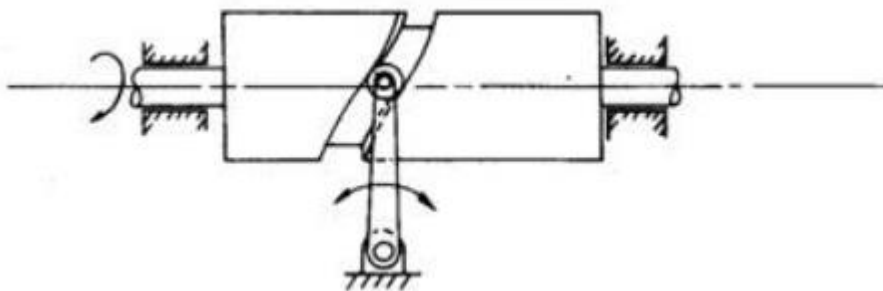
Postoje tri podjele brijegova, a to su:

Radijalni ili tanjudizanjei brijegovi koji imaju ravninski cilindrični oblik i omogućuju specifično gibanje pratitelja na izlazu. Pratitelj se giba po površini okomitoj na os rotacije i u kontaktu ga drži opruga ili gravitacija.



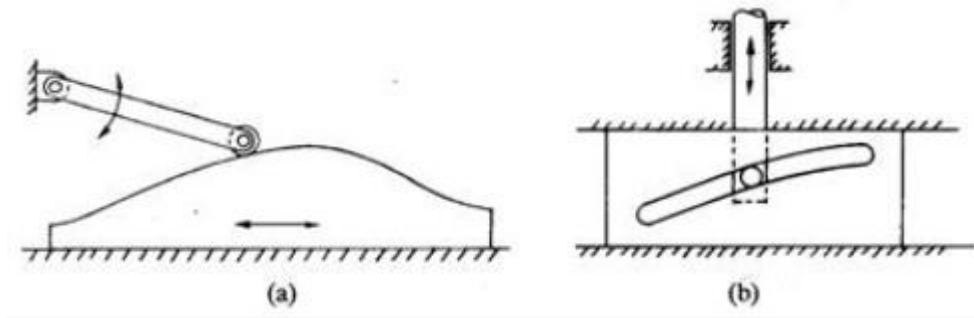
Slika 7. Radijalni brijeg

Cilindrični brijegovi imaju urezani utor za pratitelja na svojoj površini. Pratitelj se kreće unutar urezanog utora i pomiće se paralelno osi rotacije cilindričnog brijega.



Slika 8. Cilindrični brijeg

Translacijski brijegovi su obično konturirani ili urezani tanjuri po kojima se pratitelj pomiće. Pratitelj može oscilirati ili se gibati naizmjenično translacijski. Kontura ili urez su unaprijed proračunati radi osiguranja željenog gibanja pratitelja.



Slika 9. Translacijski brijegovi

## 2.5. Vrste prema ograničenju gibanja

Koriste se dvije kategorije ograničenja gibanja, kritični krajnji položaj (CEP) i gibanje kritičnog puta. Kritična ekstremna pozicija odnosi se na slučaj gdje su specifikacije dizajna definirane od početka do kraja u položaju pratitelja, tzv. ekstremne pozicije, ali ne postavljaju bilo kakva ograničenja između krajnjih položaja.

Gibanje kritičnog puta je problem koji postavlja nešto više ograničenja nego kritični krajnji položaj. Putanja gibanja pratitelja je skup derivacija koje su definirane na cijeloj putanji pratitelja, što definira funkcijski generator koji na izlazu daje kontinuirano gibanje pratitelja.

## 2.6. Vrste modela gibanja

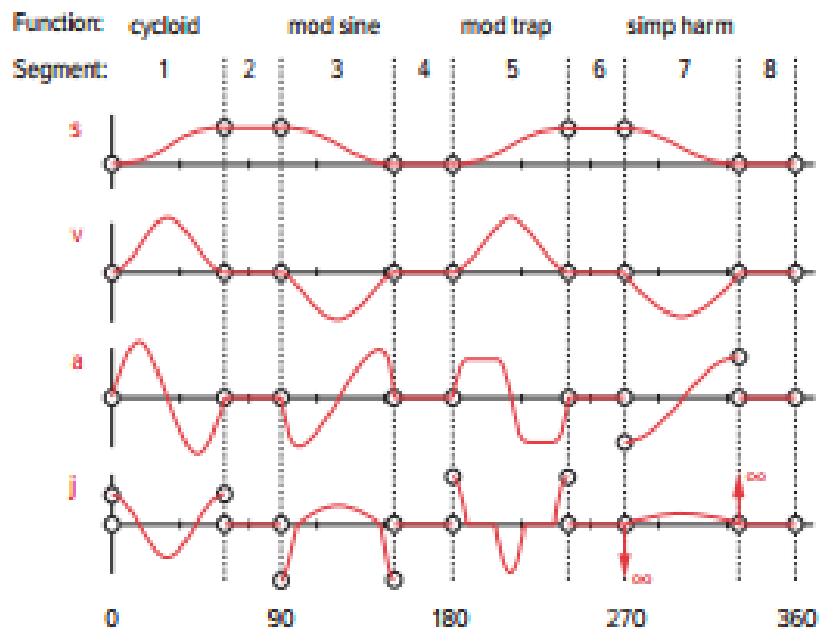
Osnovni modeli kretanja koji se koriste su „dizanje-spuštanje“ (RF), „dizanje-spuštanje-zadržavanje“ (RFD) i „dizanje-zadržavanje-spuštanje-zadržavanje“ (RDFD), svi ti programi ograničavaju gibanje podizača prema kritičnom krajnjem položaju. Definiirajuća razlika modela gibanja je koliko zadržavanja (dwells) postoji, RF nema niti jedan, RFD ima jedan, dok više od jednoga ima RDFD. Definicija zadržavanja je da se pri promjeni kuta brijega ne mjenja položaj pratitelja, zadržavanja su važni u ravninskim krivuljnim mehanizmima jer ih je lagano izvesti i zato kada je potrebno osigurati zadržavanje uvijek se bira bregasti mehanizam.

Mehanizam sa jednim zadržavanjem (RFD) ima široku primjenu u industriji. Najbolji primjer je klip u automobilu, brijeg podigne klip i nakon čega otvara ventil (rise), zatim

odmah nakon toga ga zatvara u spuštanje (fall) i onda ga drži zatvorenim sve dok kompresija ne započne (dwell).

## 2.7. SVAJ dijagrami

Glavni zadatak dizajnera bregastih mehanizama je odabrati matematičku funkciju koja će se koristiti da opiše gibanje pratitelja, najlakši pristup tome je linearizacija. U tome tražimo funkciju pomaka (S), prvu derivaciju pomaka brzinu (V), drugu derivaciju pomaka ubrzanje (A), kao i treću derivaciju pomaka trzaj (J). Navedene funkcije su prikazane u odnosu na kut bregastoga vratila od  $360^\circ$  označenoga s  $\Theta$ . Sva gibanja pratitelja se određuju pomoću funkcija SVAJ dijagrama.



Slika 10. Primjer SVAJ dijagrama

### 3. Modeliranje kinematike podizača i brijega

Bilo koji ravninski bregasti mehanizam dizajniran za rad na većim brzinama mora zadovoljavati sljedeće uvjete; funkcija brijega i pratitelja mora biti kontinuirana kroz prvu i drugu derivaciju puta te trzaj mora biti konačan kroz sve segmente gibanja.

#### 3.1. Jednostavno harmonijsko gibanje

U mehanici jednostavno harmonijsko gibanje je periodično gibanje gdje sila koja gibanje obrnuto proporcionalna otklonu veličine koja titra od njezinog ravnotežnoga položaja. Formula za za jednostavno harmonijsko gibanje za dizanje je:

$$s = \frac{h}{2} \left[ 1 - \cos \left( \pi \frac{\theta}{\beta} \right) \right] \quad (3.1)$$

$$v = \frac{\pi h}{\beta^2} \sin \left( \pi \frac{\theta}{\beta} \right) \quad (3.2)$$

$$a = \frac{\pi^2 h}{\beta^2} \cos \left( \pi \frac{\theta}{\beta} \right) \quad (3.3)$$

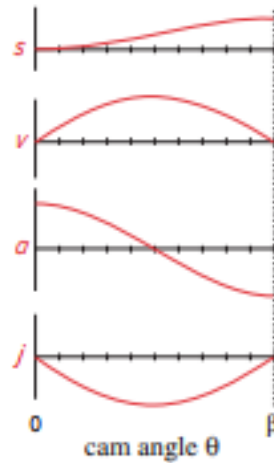
$$j = -\frac{\pi^3 h}{\beta^3} \sin \left( \pi \frac{\theta}{\beta} \right) \quad (3.4)$$

Gdje je  $h$  ukupna visina dizanja,  $\theta$  je kut bregastoga vratila u radijanima, a  $\beta$  je ukupni kut u trajanju dizanja, također u radianima.

Nezavisna varijabla uvijek je kut bregastoga vratila  $\theta$ , bilo koja točka u gibanju pratitelja na brijegu je definirana kutom dizanja  $\beta$ , oboje se mjere u radijanima ili stupnjevima i njihov omjer uvijek ostaje između vrijednosti 0 i 1.

Problem kod korištenja jednostavnoga harmonijskoga gibanja je to što ne može izjednačiti zadržavanje zbog diskontinuiteta ubrzanja na kraju svakoga intervala, što bi značilo da korištenje harmonijskog gibanja ne zadovoljava osnovna pravila dizanja

brijegova zbog neograničenih povećanja vrijednosti trzaja. Jedina mogućnost korištenja ovakvoga gibanja je pri jednostavnoj promjeni RF („dizanje-spuštanje“), gdje nema zadržavanja.



Slika 11. SVAJ dijagram jednostavnog harmonijskog gibanja

### 3.2. Cikloidalno gibanje

Osnovna jednačba za cikloidalno gibanje proizlazi iz izraza za ubrzanje:

$$a = C \sin\left(2\pi \frac{\theta}{\beta}\right) \quad (3.5)$$

Kao što je i prije navedeno prema jednačbama 2.1 do 2.4 omjer  $\theta$  i  $\beta$  iznosi između 0 i 1 i on je nezavisna varijabla. Pošto je potrebno dobiti puni ciklus sinusnoga vala potrebno je pomnožiti omjer sa  $2\pi$ . Konstata  $C$  definira amplitudu sinusnoga vala.

Integriranjem ubrzanja dobiva se brzina:

$$\int dv = \int C \sin\left(2\pi \frac{\theta}{\beta}\right) d\theta \quad (3.6)$$

$$v = C \frac{\beta}{2\pi} \cos\left(2\pi \frac{\theta}{\beta}\right) + k_1$$

Gdje,  $k_1$  predstavlja konstantu integracije. Da bi se odredila konstanta integracije treba postaviti granični uvjet  $v = 0$ ,  $\theta = 0$ , jer se mora izjednačiti brzina koja iznosi nula kod zadržavanja. Konstanta integracije onda iznosi:

$$k_1 = C \frac{\beta}{2\pi} \quad (3.7)$$

$$v = C \frac{\beta}{2\pi} \left[ 1 - \cos\left(2\pi \frac{\theta}{\beta}\right) \right]$$

Ponovnom integracijom, tj. integracijom brzine dobijemo zakon puta:

$$\int ds = \int \left\{ C \frac{\beta}{2\pi} \left[ 1 - \cos\left(2\pi \frac{\theta}{\beta}\right) \right] \right\} \quad (3.8)$$

$$s = C \frac{\beta}{2\pi} \theta - C \frac{\beta^2}{4\pi^2} \sin\left(2\pi \frac{\theta}{\beta}\right) + k_2$$

Ovdje također postoji konstanta integracije  $k_2$ , čije određivanje se postiže postavljanjem graničnih uvjeta  $s = 0$ , pri  $\theta = 0$ , pošto se mora uzeti u obzir da je put pratitelja jednak nuli pri zadržavanju.

$$k_2 = 0 \quad (3.9)$$

Da bi se odredila konstanta amplitude  $C$ , postavljaju se granični uvjeti  $s = h$  pri kutu  $\theta = \beta$ , gdje  $h$  predstavlja najvišu točku pratitelja pri dizanju, i tada se dobiva:

$$C = 2\pi \frac{h}{\beta^2} \quad (3.10)$$

Zamjenom vrijednosti konstante  $C$  u jednadžbi 2.5 za ubrzanje dobiva se konačni izraz za ubrzanje:

$$a = 2\pi \frac{h}{\beta^2} \sin\left(2\pi \frac{\theta}{\beta}\right) \quad (3.11)$$

Deriviranjem izraza prema  $\theta$  dobiva se izraz za trzaj:

$$j = 4\pi^2 \frac{h}{\beta^3} \cos\left(2\pi \frac{\theta}{\beta}\right) \quad (3.12)$$

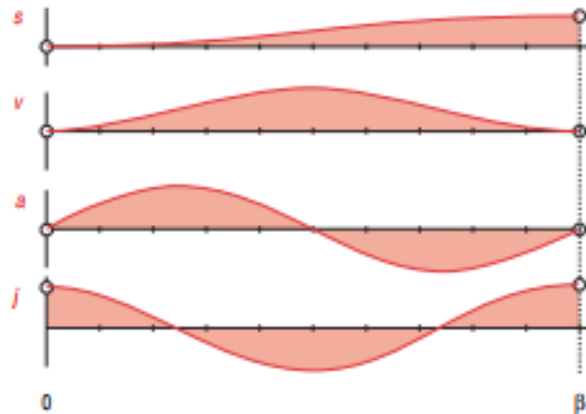
Zamjenom vrijednosti konstanti C i  $k_1$  u izrazu 2.6 dobiva se konačni izraz za brzinu:

$$v = \frac{h}{\beta} \left[ 1 - \cos \left( 2\pi \frac{\theta}{\beta} \right) \right] \quad (3.13)$$

Konačno zamjenom konstanti C,  $k_1$  i  $k_2$  i jednadžbi 2.8 dobiva se konačni izraz za put:

$$s = h \left[ \frac{\theta}{\beta} - \frac{1}{2\pi} \sin \left( 2\pi \frac{\theta}{\beta} \right) \right] \quad (3.14)$$

Na kraju treba napomenuti da je izraz 2.14 suma ravnog nagiba  $h$  i negativnoga sinusnoga vala, zato se ova funkcija brijega zove cikloidalnim zamjenivanjem ili sinusnim ubrzanjem.



Slika 12. SVAJ dijagram za cikloidalno gibanje rasta

### 3.3. Polinomne funkcije

Polinomne funkcije su obitelj funkcija koje imaju široku primjenu u mehanizmima tipa brijeg – pratitelj, pri čemu pružaju jedan od najprilagodljivijih dizajna. Nisu limitirane na jedan ili dva zadržavanja („dwell“) i zato nude puno opcija dizajniranja. Osnovna polinomna funkcija je:

$$s = C_0 + C_1x + C_2x^2 + C_3x^3 + C_4x^4 + C_5x^5 + C_6x^6 + \dots + C_nx^n \quad (2.15)$$



Gdje  $s$  predstavlja pomak pratitelja, a varijabla  $x$  predstavlja neovisnu varijablu koju je moguće zamijeniti sa izrazom  $\theta/\beta$  ili vremenom  $t$ . Koeficijenti konstanti  $C_n$  predstavljaju nepoznanice i određuju se prema posebnim uvjetima dizajna.

Izgled polinomnog brijega se određuje uz pomoć graničnih uvjeta koji ovise o tome koliko se njih želi opisati na SVAJ dijagramu. Broj korištenja graničnih uvjeta odražuje stupanj polinoma.

### 3.3.1. 3-4-5 Polinom

Koristi se dvo-segmentna polinomna funkcija, što znači da ima dizanje i spuštanje kao jedan segment, a zadržavanje kao drugi. Ovo su rubni uvjeti za:

$$\begin{aligned} \theta = 0: \quad s = 0, \quad v = 0, \quad a = 0 \\ \theta = \beta_1: \quad s = h, \quad v = 0 \\ \theta = \beta: \quad s = 0, \quad v = 0 \quad a = 0 \end{aligned} \tag{3.16}$$

U polinomnoj funkciji može biti minimalno 8 graničnih uvjeta, uvjet gdje je brzina nula pri  $\theta = \beta_1$  koristi se radi sigurnosti da pomak pratitelja ne bi poprimio vrijednost veću od ukupnog pomaka  $h$ . Omjer dizanjea  $A$ , definira se kao ukupni stupanj dizanja nasprema cijelog ciklusa od 360 radijana:

$$A = \frac{\beta_1}{\beta} \tag{3.17}$$

Pomoću prije postavljenih graničnih uvjeta mogu se dobiti jednačbe za pomak, brzinu i ubrzanje.

Za:  $\theta = 0: \quad s = 0, \quad v = 0, \quad a = 0$

$$0 = c_0 \quad 0 = c_1 \quad 0 = c_2 \tag{3.18}$$

Za:  $\theta = \beta_1$ :  $s = h$ ,  $v = 0$

$$h = c_3 A^3 + c_4 A^4 + c_5 A^5 + c_6 A^6 + c_7 A^7 \quad (3.19)$$

Derivacijom izraza po A dobije se izraz za brzinu:

$$0 = 3c_3 A^2 + 4c_4 A^3 + 5c_5 A^4 + 6c_6 A^5 + 7c_7 A^6 \quad (3.20)$$

Za:  $\theta = \beta$ :  $s = 0$ ,  $v = 0$   $a = 0$

$$0 = c_3 + c_4 + c_5 + c_6 + c_7$$

$$0 = 3c_3 A^2 + 4c_4 A^3 + 5c_5 A^4 + 6c_6 A^5 + 7c_7 A^6 \quad (3.21)$$

Derivacijom izraza po A dobije se izraz za ubrzanje:

$$0 = 6c_3 A + 12c_4 A^2 + 20c_5 A^3 + 30c_6 A^4 + 42c_7 A^5 \quad (3.22)$$

Uvrštavanjem rubnih uvjeta u izraze za pomake, brzine i ubrzanja dobiva se jednačba s 5 nepoznanica, koje se mogu prikazati kao;

$$C := \begin{pmatrix} A^3 & A^4 & A^5 & A^6 & A^7 \\ 3 \cdot A^2 & 4 \cdot A^3 & 5 \cdot A^4 & 6 \cdot A^5 & 7 \cdot A^6 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 3 & 4 & 5 & 6 & 7 \\ 6 & 12 & 20 & 30 & 42 \end{pmatrix} \quad H := \begin{pmatrix} h \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} c_3 \\ c_4 \\ c_5 \\ c_6 \\ c_7 \end{pmatrix} := C^{-1} \cdot H \quad (3.23.)$$

Krajni cilj navedenog postupka je određivanje konstanti pomaka  $c_3$  do  $c_7$ .

Kada se izračunaju nepoznanice moguće je postaviti konačne jednačbe za pomak, brzinu, ubrzanje i trzaj koje glase:

$$S(\theta) = c_3 \left(\frac{\theta}{\beta}\right)^3 + c_4 \left(\frac{\theta}{\beta}\right)^4 + c_5 \left(\frac{\theta}{\beta}\right)^5 + c_6 \left(\frac{\theta}{\beta}\right)^6 + c_7 \left(\frac{\theta}{\beta}\right)^7 \quad (3.24)$$

$$V(\theta) = \frac{1}{\beta} \left[ 3c_3 \left(\frac{\theta}{\beta}\right)^2 + 4c_4 \left(\frac{\theta}{\beta}\right)^3 + 5c_5 \left(\frac{\theta}{\beta}\right)^4 + 6c_6 \left(\frac{\theta}{\beta}\right)^5 + 7c_7 \left(\frac{\theta}{\beta}\right)^6 \right] \quad (3.25)$$

$$A(\theta) = \frac{1}{\beta^2} \left[ 6c_3 \left( \frac{\theta}{\beta} \right) + 12c_4 \left( \frac{\theta}{\beta} \right)^2 + 20c_5 \left( \frac{\theta}{\beta} \right)^3 + 30c_6 \left( \frac{\theta}{\beta} \right)^4 + 42c_7 \left( \frac{\theta}{\beta} \right)^5 \right] \quad (3.26)$$

$$J(\theta) = \frac{1}{\beta^3} \left[ 6c_3 + 24c_4 \left( \frac{\theta}{\beta} \right) + 60c_5 \left( \frac{\theta}{\beta} \right)^2 + 120c_6 \left( \frac{\theta}{\beta} \right)^3 + 210c_7 \left( \frac{\theta}{\beta} \right)^4 \right] \quad (3.27)$$

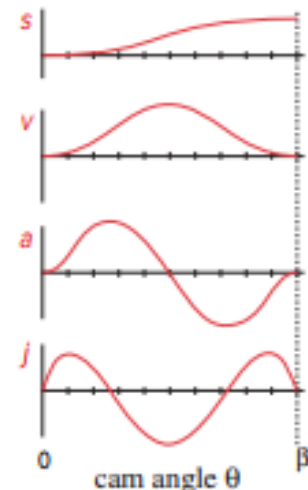
### 3.3.2. 4-5-6-7 polinom

Kod korištenja 3-4-5 polinoma trzaj obično ostaje poprilično velikog intenziteta. Redizajniranjem brijega za iste specifikacije može se kontrolirati trzaj da bude nula na obje strane dizanja, tako da se izjednači sa pomakom ranijeg i kasnijeg segmenta bez diskontinuiteta. Budući da ima 8 graničnih uvjeta, dobije se polinom sedmog stupnja. Rješenje se dobije oblikovanjem 8 koeficijenata. Rješavanjem jednadžbe uvrštavanjem novih graničnih uvjeta dobiva se četiri jednadžbe s četiri nepoznanice, s time da su  $C_0, C_1, C_2, C_3$  nula. Kada je poznato da ima 4 granična uvjeta jednadžba za pomak u dijelu podizana glasi:

$$s = h \left[ 35 \left( \frac{\theta}{\beta} \right)^4 - 84 \left( \frac{\theta}{\beta} \right)^5 + 70 \left( \frac{\theta}{\beta} \right)^6 - 20 \left( \frac{\theta}{\beta} \right)^7 \right] \quad (3.28)$$

Ovaj pristup je poznat kao 4-5-6-7 polinom, u njemu ubrzanje započinje sporo (zbog ublaživanja trzaja), što je vidljivo na slici 13., zatim dolazi do svoga vrha koji je veći nego u 3-4-5 polinomu da bi nadomjestio za izgubljeno vrijeme.

4-5-6-7 polinom ima prednost što je but glađi i ima bolju kontrolu vibracija od 3-4-5 polinoma i svih prije objašnjenih funkcija.



Slika 13. SVAJ dijagram za 4-5-6-7 polinom

### 3.4. SCCA obitelj dvostruko zadržavajućih funkcija

SCCA obitelj dvostruko zadržavajućih funkcija (sinusno – konstantno – kosinusno - ubrzanje) predstavlja grupu matematičkih funkcija koja obuhvaća mogućnost jedinstvenog formuliranja kinematičkih karakteristika gibanja (pomak, brzina, ubrzanje i trzaj) pratitelja bregastog mehanizma. Različiti tipovi ubrzanja pratitelja koji su obuhvaćeni ovom funkcijom su model konstantnog ubrzanja pratitelja, jednostavno harmonijsko gibanje, modificirani trapezoidalni model, modificirani sinusni model te model cikloidalne krivulje. Navedene su krivulje obuhvaćene zajedničkim matematičkim opisom koji se razlikuje u numeričkim parametrima (konstantama) tj. izrazi za pomake, brzine, ubrzanja i trzajeve su jednaki za sve tipove SCCA funkcija pri čemu je potrebno samo voditi računa o pripadnim konstantama.

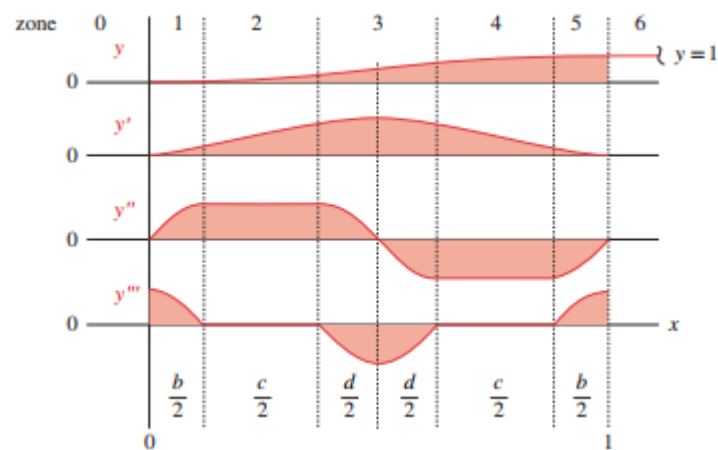
Kako bi se mogle koristiti SCCA funkcije, potrebno je normalizirati nezavisnu varijablu kuta brijega  $\theta$ , dijeleći je sa ukupnim kutom zakreta unutar jednog ciklusa  $\beta$ :

$$x = \frac{\theta}{\beta} \quad (3.29)$$

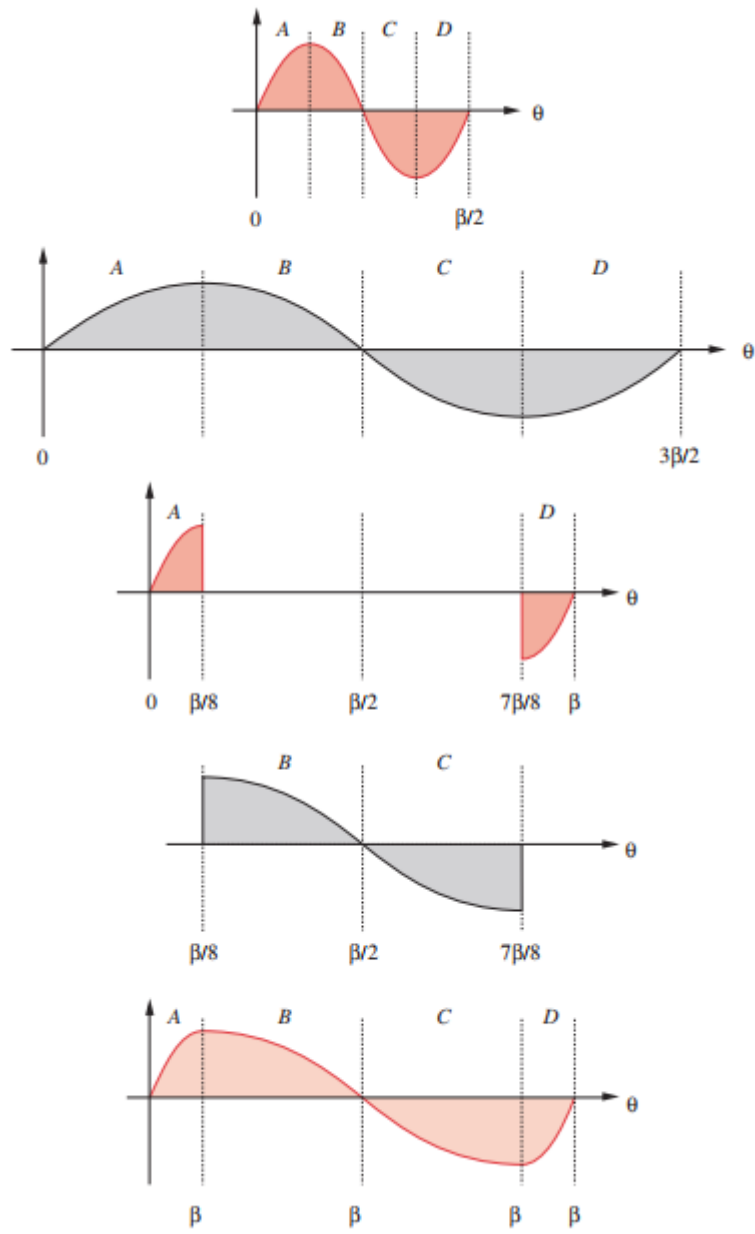
Na taj način normalizirana varijabla kuta  $x$  može poprimiti vrijednost od 0 do 1. Pomak pratitelja je također potrebno normalizirati prema izrazu:

$$y = \frac{s}{h} \quad (3.30)$$

gdje je  $s$  trenutni pomak pratitelja a  $h$  ukupna visina podizanja. Normalizirana varijabla  $y$  također može poprimiti vrijednost od 0 do 1.



Slika 14. Parametri za općenite oblike SCCA funkcija



Slika 15. Oblkovanje funkcije modificiranog sinusa

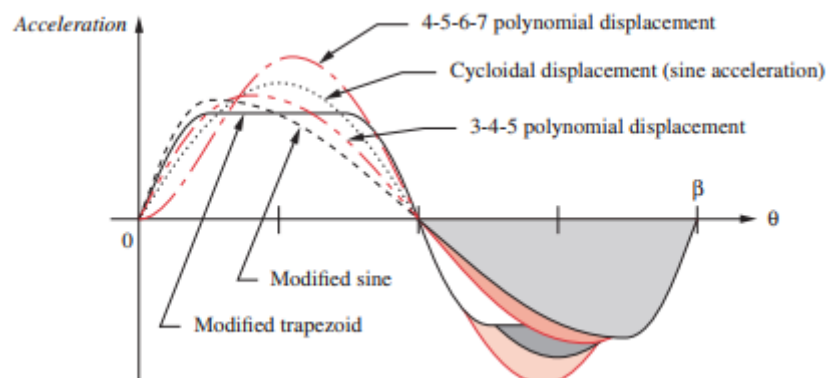
Interval je podijeljen na 5 zona (1-5). Zone 0 i 6 pripadaju područjima zadržavanja ili na strani podizanja ili spuštanja. Širina zona 1-5 je definirana sa parametrom  $\beta$  kao i sa jednim od 3 parametra b,c i d. Vrijednosti tih parametara definiraju oblike krivulja kao i njihovu vrstu unutar obitelji SCCA krivulja. Normalizirane brzine, ubrzanja i trzaji nadalje iznose:

$$y' = \frac{dy}{dx} \quad y'' = \frac{d^2y}{dx^2} \quad y''' = \frac{d^3y}{dx^3} \quad (3.31)$$

Primjenjivanje SCAA funkcija na stvarni dizajn bregastoga mehanizma moguće je uz množenje ili djeljenje faktorima koji su vezani za zadatak, to se odnosi na dizanje h, stvarno trajanje dizanja  $\beta$  i brzinu.

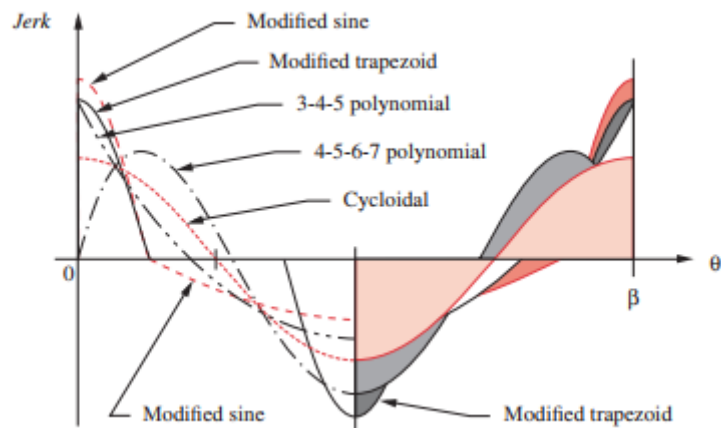
$s = hy$	length	$S = s$	length	(3.32)
$v = \frac{h}{\beta} y'$	length/rad	$V = v\omega$	length/sec	
$a = \frac{h}{\beta^2} y''$	length/rad <sup>2</sup>	$A = a\omega^2$	length/sec <sup>2</sup>	
$j = \frac{h}{\beta^3} y'''$	length/rad <sup>3</sup>	$J = j\omega^3$	length/sec <sup>3</sup>	

Slika 16. prikazuje usporedbu oblika i veličine pet prihvatljivih ubrzanja brijegova uključujući cikloidalni, trapezoidalni, modificirani sinus, 3-4-5 polinom i 4-5-6-7 polinom. Cikloidalni ima teoretski vrh veći za 1.3 puta naprema trapezoidalnom sa istim parametrima brijega.



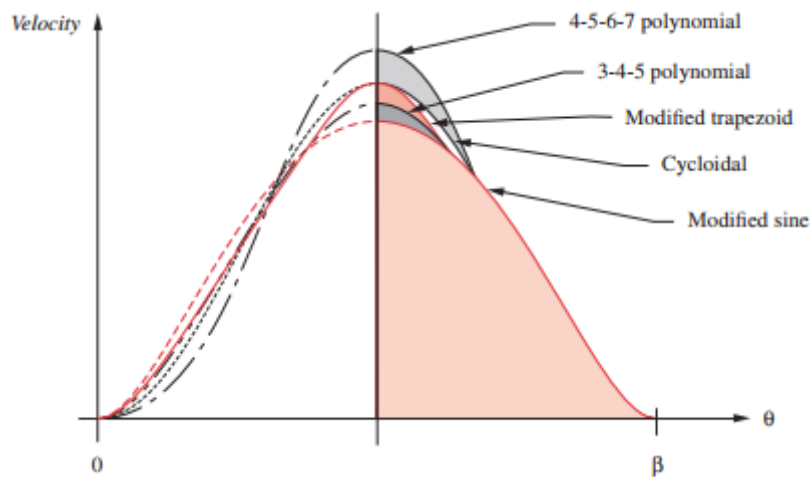
Slika 16. Usporedba ubrzanja 5 prihvatljivih programa dvostrukoga zadržavanja

Slika 17. prikazuje usporedbu istih 5 programa, za trzaj.



Slika 17. Usporedba trzaja 5 prihvatljivih programa dvostrukoga zadržavanja

Slika 18. prikazuje njihove krivulje brzine. Cikloidalni i trapezoidalni imaju iste krajnje vrijednosti, što znači da će oboje pohraniti istu kinetičku energiju u pratitelju. Modificirani sinus ima najmanju krajnju brzinu, što znači da je najbolji u postavu gdje je težina pratitelja ili moment inercije jako velik.

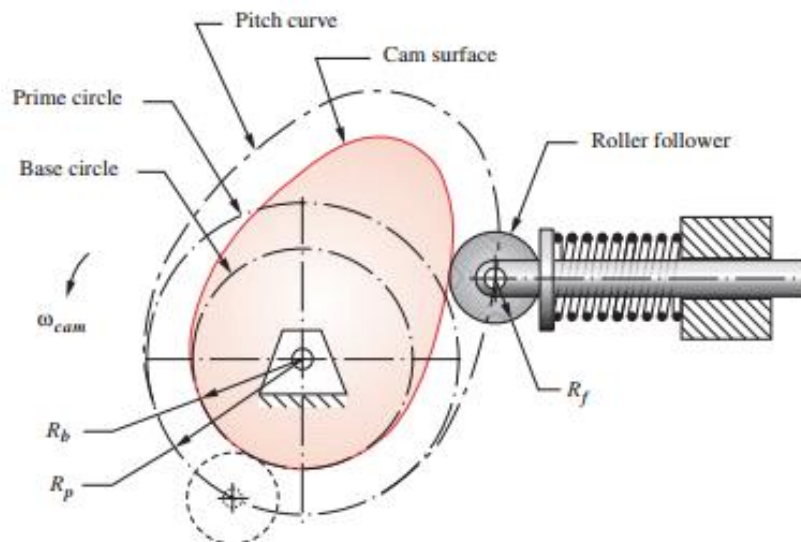


Slika 18. Usporedba brzine 5 prihvatljivih programa dvostrukoga zadržavanja

## 4. Dimenzioniranje brijega krivuljnog mehanizma prema kontaktnom kutu

### 4.1. Dimenzioniranje prema kontaktnom kutu

Nakon što se definiraju SVAJ jednadžbe potrebno je definirati veličinu i oblik brijega. Dva glavna faktora kod odabira brijega su kontaktni kut i polumjer zakrivljenosti. Kod dimenzioniranja brijega moraju se uzeti u obzir polumjer osnovne kružnice ( $R_b$ ) kada se koriste ravni pratitelji i primarni polumjer kružnice ( $R_p$ ) kada se kao pratitelj koristi kotačić ili bilo koji zakrivljeni pratitelj. Polumjeri zakrivljenosti  $R_p$  i  $R_b$  nalaze se na slici 19.

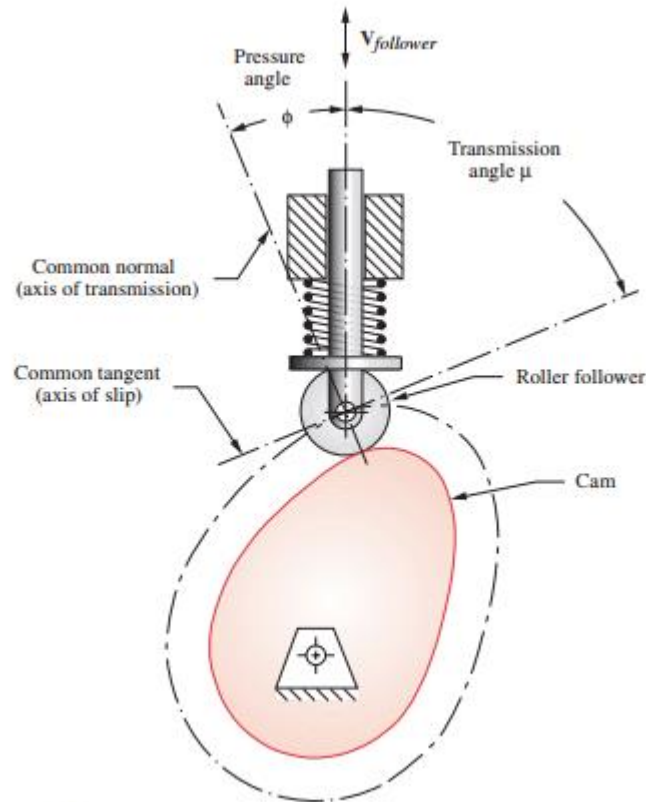


Slika 19.15. Kružnice polumjera  $R_p$  i  $R_b$

Ishodišta obaju polumjera kružnice su u centru rotacije brijega. Polumjer osnovne kružnice kojega imaju svi brijegovi neovisno o tipu pratitelja koji se koristi, definiran je kao polumjer najmanje kružnice na brijegu koja se može izcrtati kao tangenta na površinu brijega. Primarni krug je primjenjiv samo na kotačićima i zakrivljenim pratiteljima i definiran je kao polumjer najmanje kružnice koji se može nacrtati na tangentu centra brijega prema pratitelju.



Također na slici 14. je prikazan tzv. „Pitch curve“, što predstavlja zamišljenu krivulju koja prikazuje gibanje centra kotačića pratitelja po površin brijega.

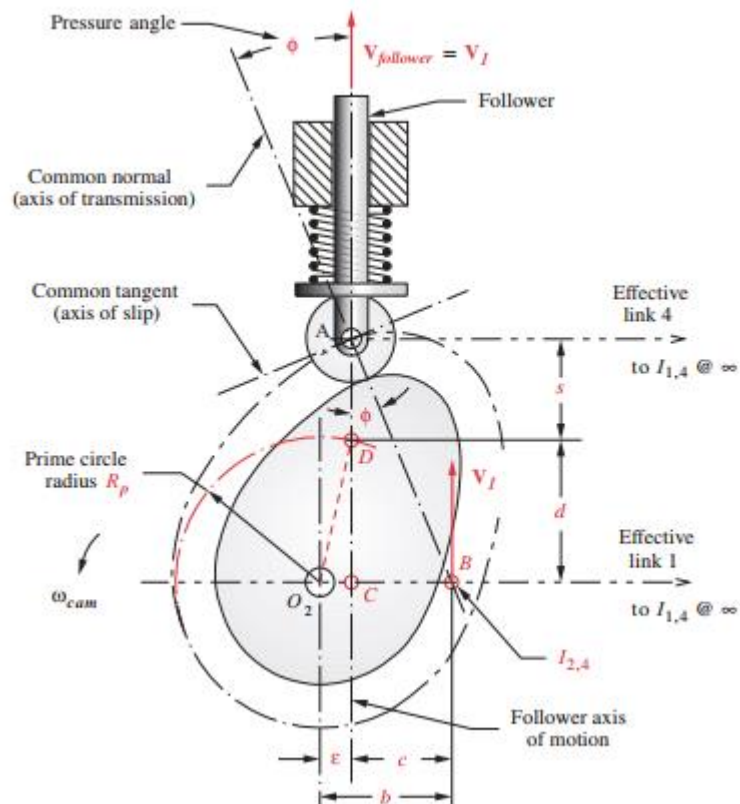


Slika 20. Kontaktni kut pratitelja brijega

Kontaktni kut tzv. „Pressure angle“ definiran je na slici 20., komplementaran je transmisijskome kutu tzv. „Transmission angle“ te zajedno čine devedeset stupnjeva. Sila pritiska pratitelja na brijeg se samo može prenesti preko osi transmisije koja je okomita na os tangente.

Kontaktni kut  $\phi$  je kut između pravca gibanja pratitelja i pravca osi transmisije. Kada je  $\phi = 0$ , sva sila gibanja prenosi se na pratitelja, a ništa u brzinu klizanja. Kada  $\phi$  postane devedeset stupnjeva gibanje pratitelja će biti jednako nuli. Optimalan kut pratitelja bi bio između 0 i 30 stupnjeva, da bi se izbjeglo prekomjerno opterećenje na pratitelju, ako pratitelj oscilira na okretnoj ruci onda je kut do 35 stupnjeva prihvatljiv. Bilo koje vrijednosti iznad ovih može dovesti do zaglavlivanja pratitelja pri gibanju.

Pratitelj u odnosu na os rotacije brijega se može nalaziti i u ekscentričnoj izvedbi tj. Os gibanja pratitelja ne mora prolaziti osnovom brijega. Ekscentričnost  $\varepsilon$  definirana je kao okomita udaljenost između pratiteljeve osi gibanja i centra brijega. Ako je  $\varepsilon > 0$ , os pratitelja će biti pomaknuta u pozitivnu stranu okretanja brijega, a u slučaju  $\varepsilon < 0$  u negativnu stranu zakretanja brijega.



Slika 1621 Kontaktni kut pratitelja pri ekscentričnoj izvedbi pratitelja

U cilju određivanja izlaza za kontaktnu kut  $\phi$ , os transmisije je produljena da presjče pravac trenutnog pola brzina pratitelja i postolja. Njihovo sjecište je trenutni pol brzina brijega i postolja  $I_{2,4}$  koji je označen sa B i za tu točku ima istu brzinu kao brijeg i pratitelj. Iz toga se može napisati izraz za brzinu centra  $I_{2,4}$  prema kutnoj brzini polumjera  $b$  od oslonca brijega do trenutnog pola  $I_{2,4}$ .

$$V_{I_{2,4}} = b\omega = \dot{S} \quad (4.1)$$

Gdje  $s$  predstavlja trenutni pomak pratitelja na slici 21., a  $\dot{S}$  predstavlja njegovu promjenu u jedinici vremena tj. brzini pratitelja. Iz toga proizlazi:

$$\dot{S} = \frac{dS}{dt}$$

$$\frac{dS}{dt} \frac{d\theta}{d\theta} = \frac{dS}{d\theta} \frac{d\theta}{dt} = \frac{dS}{d\theta} \omega = v|\theta|\omega$$

$$b\omega = v|\theta|\omega$$

$$b = v|\theta| \quad (4.2)$$

To znači da je veza između duljine  $b$  do trenutnog pola  $I_{2,4}$  jednaka brzini pratitelja  $v$  u jedinici duljine po radianu prema prijašnjim derivacijama. Izraz je skraćen na samu geometriju i neovisan je o kutnoj brzini brijega.

Treba napomenuti da se duljina  $b$  može izraziti prema polumjeru osnovnog kruga  $R_p$  i ekscentriciteta  $\varepsilon$ , prema slici 21. Kada se polumjer  $R_p$  zakrene oko svoje osi i presječe pravac gibanja pratitelja u točki  $D$ , visina točke  $D$  od točke  $C$  na pravcu trenutnog pola rotacije  $I_{2,4}$  kroz oslonac  $O_2$  iznosi nula. Služi za određivanje polumjera  $R_p$ . Točke  $A$ ,  $C$ ,  $I_{2,4}$  čine trokut čiji je gornji kut  $0$ . Iz toga trokuta se može izvući:

$$c = b - \varepsilon = (s + d) \tan \varphi \quad (4.3)$$

$$b = (s + d) \tan \varphi + \varepsilon$$

Prema tome jednadžba 4.2 glasi:

$$v = (s + d) \tan \varphi + \varepsilon \quad (4.4)$$

Iz trokuta  $CDO_2$  je vidljivo:

$$d = \sqrt{R_p^2 - \varepsilon^2} \quad (4.5)$$

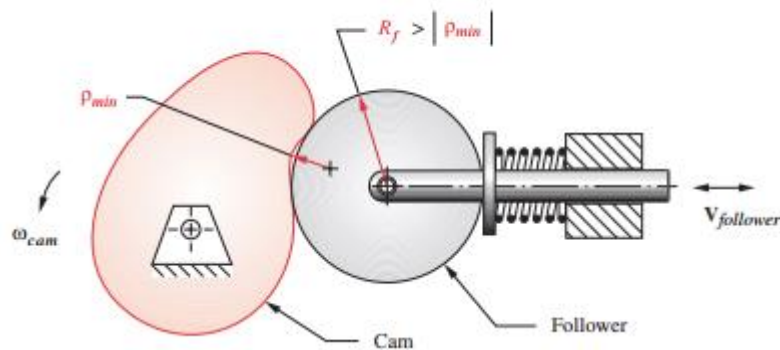
Zamjenom jednadžbe 4.5 u jednadžbu 4.4 dobiva se izraz za kontaktni kut pomoću pomaka, brzine, ekscentriciteta i primarnoga polumjera kružnice  $R_p$ :

$$\phi = \arctan \frac{v - \varepsilon}{s + \sqrt{R_p^2 - \varepsilon^2}} \quad (4.6)$$

## 4.2. Polumjer zakrivljenosti

Polumjer zakrivljenosti je matematička funkcija, koja ima velik značaj i korist u dizajniranju brijegova. Bez obzira koliko je oblik zakrivljenosti kompleksan, i koliko je visok stupanj opisne funkcije, ona će imati polumjer zakrivljenosti na svakoj točki zakrivljenja. Polumjer zakrivljenosti se povlači iz trenutnog centra zakrivljenosti koji mogu biti i u beskonačnosti. Također polumjer zakrivljenosti bilo koje funkcije se može izračunati i grafički prikazati.

Polumjer zakrivljenosti ravne linije je beskonačan u svakoj točki, dok je na kružnici konstantne vrijednosti. Polumjer zakrivljenosti parabole ima konstantno mijenjajući polumer zakrivljenosti koji se bliži beskonačnosti, dok npr. Kubna parabola nekada ima pozitivan, a nekada negativan polumjer zakrivljenosti. Općenito što je veći stupanj funkcije postoji veće variranje u polumjeru zakrivljenosti.



Slika 22.. Problem korištenja pratitelja čiji je polumjer zakrivljenosti veći nego dizajnirani brijeg

Polumjer zakrivljenosti brijega potrebno je u procesu dizajniranja izračunati nezavisno o obliku pratitelja. Na slici 22. je prikazan konstrukcijski problem sa pratiteljom čiji je stalni radius zakrivljenja  $R_f$  pre velik za praćenje manjeg negativnog polumjera na brijegu.

Važno pravilo je da je krajnja minimalna vrijednost polumjera  $\rho_{min}$  brijega dva do tri puta veća od polumjera zakrivljenja pratitelja.

$$|\rho_{min}| \gg R_f \quad (4.7)$$

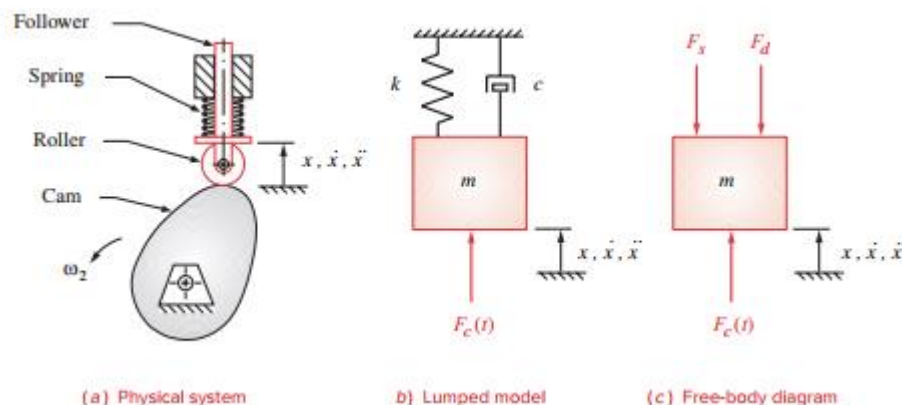
Jednadžba za računanje polumjera zakrivljenosti krivulje centara kotačića je:

$$\rho_{nagib} = \frac{[(R_p + s)^2 + v^2]^{3/2}}{(R_p + s)^2 + 2v^2 - a(R_p + s)} \quad (4.8)$$

U ovome izrazu  $s$ ,  $v$  i  $a$  su pomak, brzina i ubrzanje gibanja pratitelja, a  $R_p$  je primarni polumjer kružnice koja ima stalnu vrijednost koja se mijenja prema potrebama dizajna brijega.

## 5. Dinamička analiza bregastog mehanizama

Slika 23. prikazuje fizikalni sustav koji se sastoji od pratitelja koji se giba po brijegu pritisnut s oprugom, što predstavlja sustav zatvoren silom, kojemu je zadatak da pomoću opruge drži pratitelja u kontaktu s brijegom. Na slici 23.b), vidljiv je pojednostavljeni model ranije spomenutoga sustava u kojemu je sva masa koja se giba s pratiteljem prikazana kao  $m$ , krutost u sustavu je definirana konstantom  $k$  i prigušivanje je prikazano konstantom  $c$ . Pod stavkom c), prikazan je dijagram slobodnoga tijela gdje su reakcije veza zamijenjene silama. Te sile su  $F_s$  (sila opruge),  $F_d$  (sila prigušenja) i  $F_c$  (uzbuda brijega).



Slika 23. Pojednostavljeni dinamički model bregastog mehanizma

### 5.1. Neprigušeni odaziv

Na slici 24. je prikazan isti sustav kao i na slici 23; bez prigušenja. Takav sustav bez prigušenja se naziva konzervativnim modelom jer pohranjuje energiju bez gubitaka. Treba napomenuti da konzervativni model nije realističan i ne zadovoljava potrebe stabilnoga sustava.

Prema Newtonovom zakonu u neprigušenome sustavu jednadžba za sile glasi:

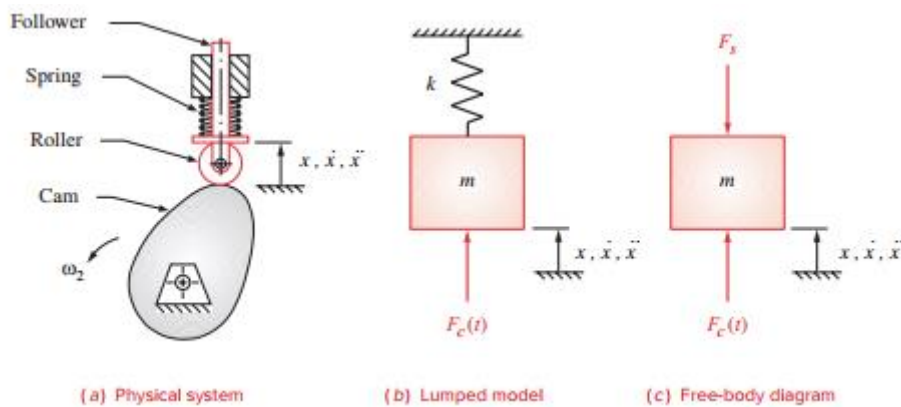
$$\sum F = ma = m\ddot{x}$$
$$F_c(t) - F_s = m\ddot{x} \quad (5.1)$$

Iz čega je:

$$m\ddot{x} + kx = F_c(t) \quad (5.2)$$

Te u slučaju da je  $F_c = 0$ :

$$\ddot{x} = -\frac{k}{m}x \quad (5.3)$$



Slika 24. Neprigušeni sustav

Pomak  $x$  dobiva se:

$$x = A \cos \omega t + B \sin \omega t \quad (5.4)$$

$A$  i  $B$  su konstante integracije koje se određuju pomoću s početnih uvjeta. Da bi se provjerilo rješenje treba ga derivirati dva puta i zamijeniti konstantu  $x$  sa prije određenom jednažbom. Iz toga slijedi;

$$-\omega^2(A \cos \omega t + B \sin \omega t) = -\frac{k}{m}(A \cos \omega t + B \sin \omega t)$$

$$\omega^2 = \frac{k}{m} \quad \omega_n = \sqrt{\frac{k}{m}} \quad (5.5)$$

$\omega_n$  se zove prirodna kružna frekvencija sustava, koja predstavlja frekvenciju vlastitih vibracija sustava. To neprigušenu prirodnu frekvenciju u ovome slučaju. Prigušena

frekvencija će biti viša. Kružna frekvencija sustava se može prebaciti u cikluse u sekundi (herc):

$$f_n = \frac{1}{2\pi} \omega_n \quad (5.6)$$

Općenito rješenje za  $x$  glasi:

$$x = x_0 \cos \omega_n t + \frac{v_0}{\omega_n} \sin \omega_n t$$

$$x_0 = \sqrt{x_0^2 + \left(\frac{v_0}{\omega_n}\right)^2} \quad \varphi = \arctan\left(\frac{v_0}{x_0 \omega_n}\right) \quad (5.7)$$

Te je završni oblik:

$$x = x_0 \cos(\omega_n t - \varphi) \quad (5.8)$$

Treba napomenuti da je ovo harmonijsko rješenje gdje su amplituda  $X_0$  i fazni kut  $\phi$  funkcija početnih uvjeta i prirodne frekvencije sustava, te da ono ne opada sa vremenom ako nema prisutnoga prigušenja.

## 5.2. Prigušeni odaziv

Prema dijagramu slobodnoga tijela na slici 23. zbroj svih sila u sustavu u slučaju prigušenog sustava je:

$$F_c(t) - F_d - F_s = m\ddot{x} \quad (5.9)$$

Zamjenom sila sa konstantama:

$$m\ddot{x} + c\dot{x} + kx = F_c(t)$$

$$x = Re^{st} \quad (5.10)$$

Uvrštavanjem i kraćenjem se dobije karakteristično rješenje i ima 2 korjena:



$$\left(s^2 + \frac{c}{m}s + \frac{k}{m}\right) = 0$$

$$s_{1,2} = -\frac{c}{2m} \pm \sqrt{\left(\frac{c}{2m}\right)^2 - \frac{k}{m}} \quad (5.11)$$

Homogeno rješenje iznosi:

$$x = R_1 e^{s_1 t} + R_2 e^{s_2 t} \quad (5.12)$$

Vrijednost varijabla  $c$  kod kojega nestaje vibracija se naziva kritično prigušenje koje se također označuje sa  $c_c$ , i iznosi:

$$c = 2m \sqrt{\frac{k}{m}} = 2m\omega_n = c_c \quad (5.13)$$

Da bi se zapravo mogao definirati omjer prigušenja  $\zeta$  treba podijeliti stvarno prigušenje sa kritičnim:

$$\zeta = \frac{c}{c_c}$$

$$\zeta = \frac{c}{2m\omega_n} \quad (5.14)$$

Pomoću omjera prigušenja može se definirati karakteristična jednačba za prigušene sustave;

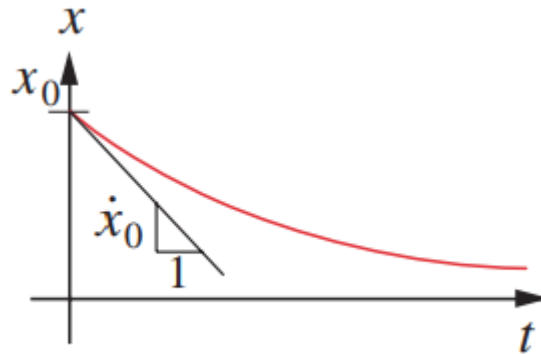
$$s_{1,2} = \omega_n \left(-\zeta \pm \sqrt{\zeta^2 - 1}\right) \quad (5.15)$$

Odaziv sustava u ovisnosti o omjeru prigušenja, može poprimiti tri moguća slučaja:

- $\zeta > 1$  – nadkritično prigušenje
- $\zeta = 1$  – kritično prigušenje
- $\zeta < 1$  – podkritično prigušenje

U slučaju nadkritičnog prigušenja  $\zeta > 1$  pomak iznosi:

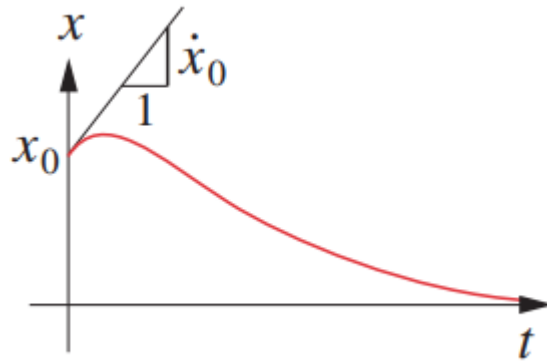
$$x = R_1 e^{(-\zeta + \sqrt{\zeta^2 - 1})t} + R_2 e^{(-\zeta - \sqrt{\zeta^2 - 1})t} \quad (5.16)$$



Slika 25. Nadkritično prigušenje

U slučaju kritičnog prigušenja  $\zeta = 1$  pomak iznosi:

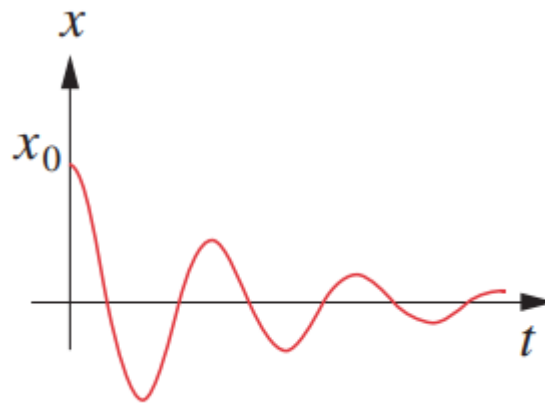
$$x = R_1 e^{-\omega_n t} + R_2 t e^{-\omega_n t} = (R_1 + R_2 t) e^{-\omega_n t} \quad (5.17)$$



Slika 26. Kritično prigušenje

U slučaju podkritičnog prigušenja  $\zeta < 1$  pomak će biti:

$$x = X_0 e^{-\zeta \omega_n t} \cos \left[ \left( \sqrt{1 - \zeta^2} \omega_n t \right) - \varphi \right] \quad (5.18)$$



Slika 27. Podkritično prigušenje

### 5.3. Kinetostatička analiza bregastog mehanizama

U prijašnjem poglavlju obrađena je tzv. napredna dinamika bregastog mehanizma. U njoj je ponat iznos sile  $F_c(t)$  i zbog toga se integriranjem može doći do iznosa pomaka  $x$  iz ubrzanja. U kinetostatici pristup rješavanju toga problema je puno lakši, jer da bi se izračunala vrijednost sile kojom opruga drži pratitelja i brijeg u kontaktu potrebno je poznavati kinematičke veličine (pomak, brzina i ubrzanje). U Modelu prikazanome na slici 23. vidljivo je da pratitelj ima masu  $m$ , opruga ima svoju konstantu krutosti  $k$  i prigušenje koeficijenta  $c$ , iz toga izlazi

$$F_c = m_x + c_x + kx + F_{pr} \quad (5.19)$$

Pri čemu je  $F_{pr}$  sila prednaprezanja opruge.

Dizajner mehanizma mora obratiti pažnju na konstantu opruge  $k$ , koja drži pratitlja na površini brijega. Lošom procjenom konstante opruge može doći do negativne sile  $F_c$  i tada dolazi do poskakivanja pratitelja.

### 5.4. Kinetostatički okretni moment bregastoga vratila

Kinetostatička analiza pretpostavlja da će se bregasto vratilo zakretati s konstantnom brzinom vrtnje  $\omega$ . U slučaju zanemarivanja gubitaka okretni moment se računa prema odnosu ulazne i izlazne snage:

$$T_c \omega = F_f V$$
$$T_c = \frac{F_f V}{\omega} = \frac{(F_c \cos \varphi) V}{\omega} \quad (5.20)$$

$T_c$  predstavlja okretni moment,  $\omega$  je kutna brzina,  $F_c$  sila između brijega i pratitelja. Kada se izračuna sila  $F_c$  lagano se dođe do vrijednost  $V, \phi$  i  $\omega$  pošto su one od ranije poznate u svakom kutu brijega  $\theta$ .

## 6. Primjeri zadataka

### 6.1. Primjer 1.

Ako se želi dizajnirati brijeg sa jednim zadržajem koji će pomaknuti pratitelj od 0 do 50 mm u prvih 100 stupnjeva gibanja brijega, i pasti 50 mm u sljedećih 120 stupnjeva gibanja brijega te zadržati to stanje do kraja. Ukupni ciklus traje 1 sekundu. Pri tome je dodatno potrebno dizajnirati

Početni uvjeti su:

$$\beta_1 = 100^\circ \quad \beta_2 = 120^\circ$$

$$h = 50\text{mm} \quad h_1 = 0\text{mm}$$

$$\text{Vrijeme ciklusa } \tau = 1 \text{ sec}$$

Pošto se brijeg u jednome ciklusu okrene za  $2\pi$  radijana, moguće je izračunati brzinu:

$$\omega = \frac{2\pi}{\tau}$$

$$\omega = 6.283 \frac{\text{rad}}{\text{sec}}$$

Uvrštavanjem se dobiju konačni rezultati nepoznanica c:

$$c_3 = 4912.36\text{mm}$$

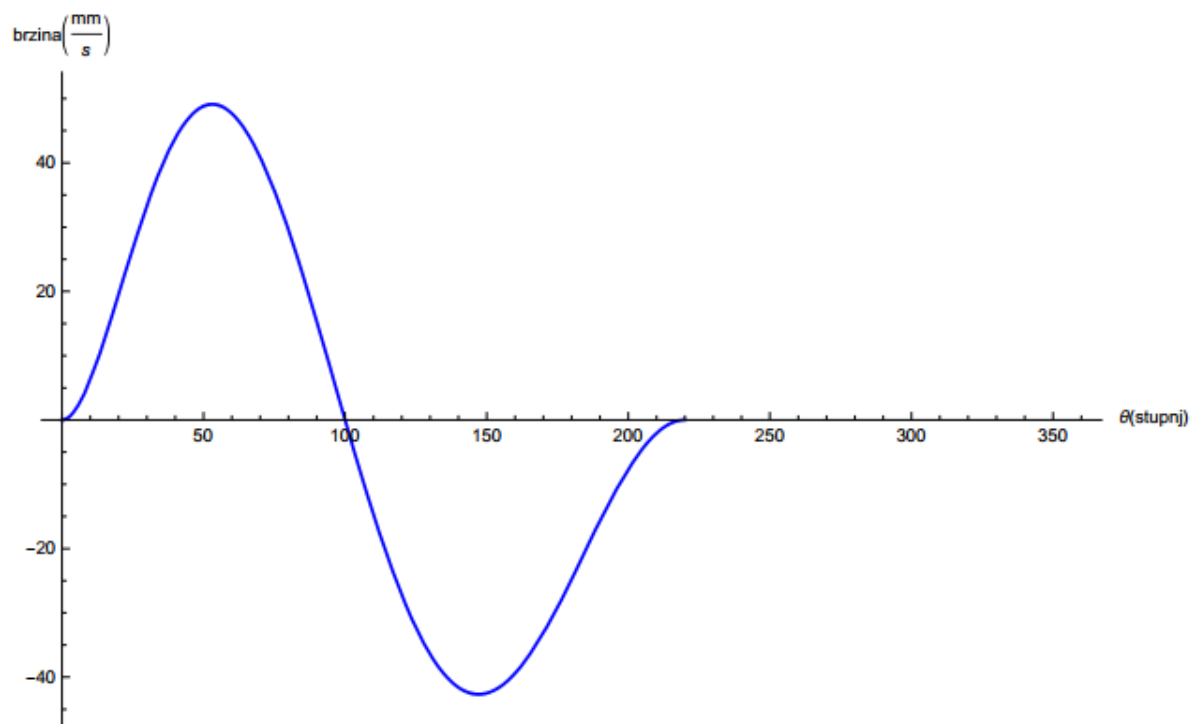
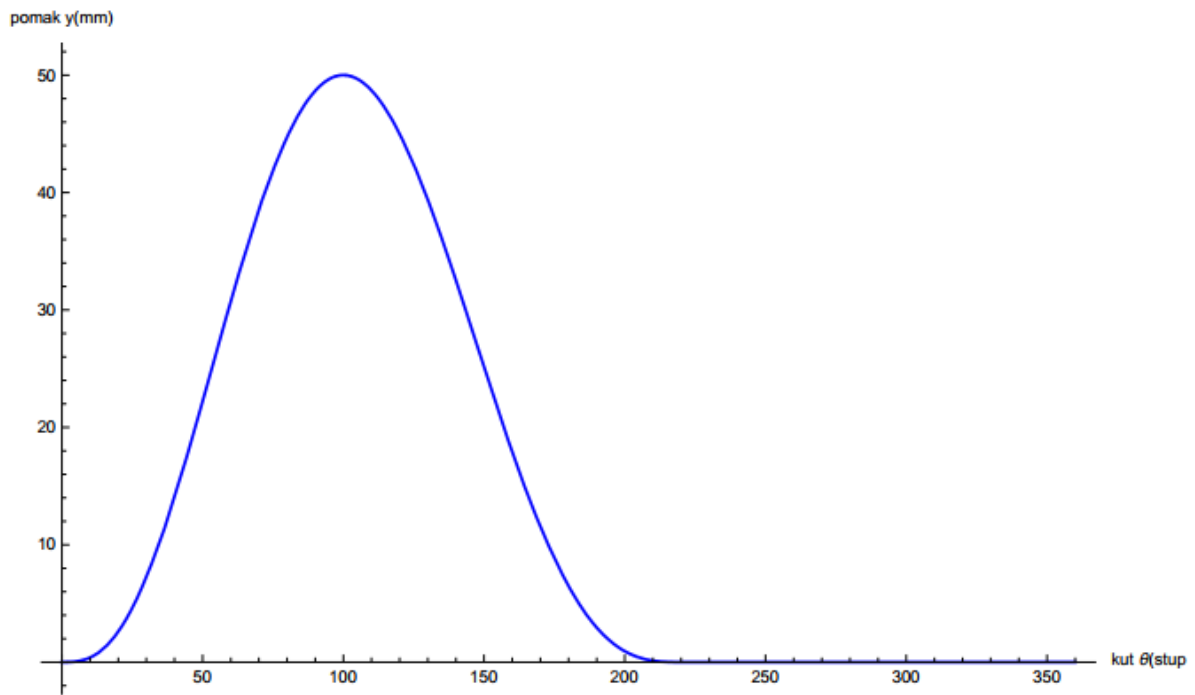
$$c_4 = 18371.74\text{mm}$$

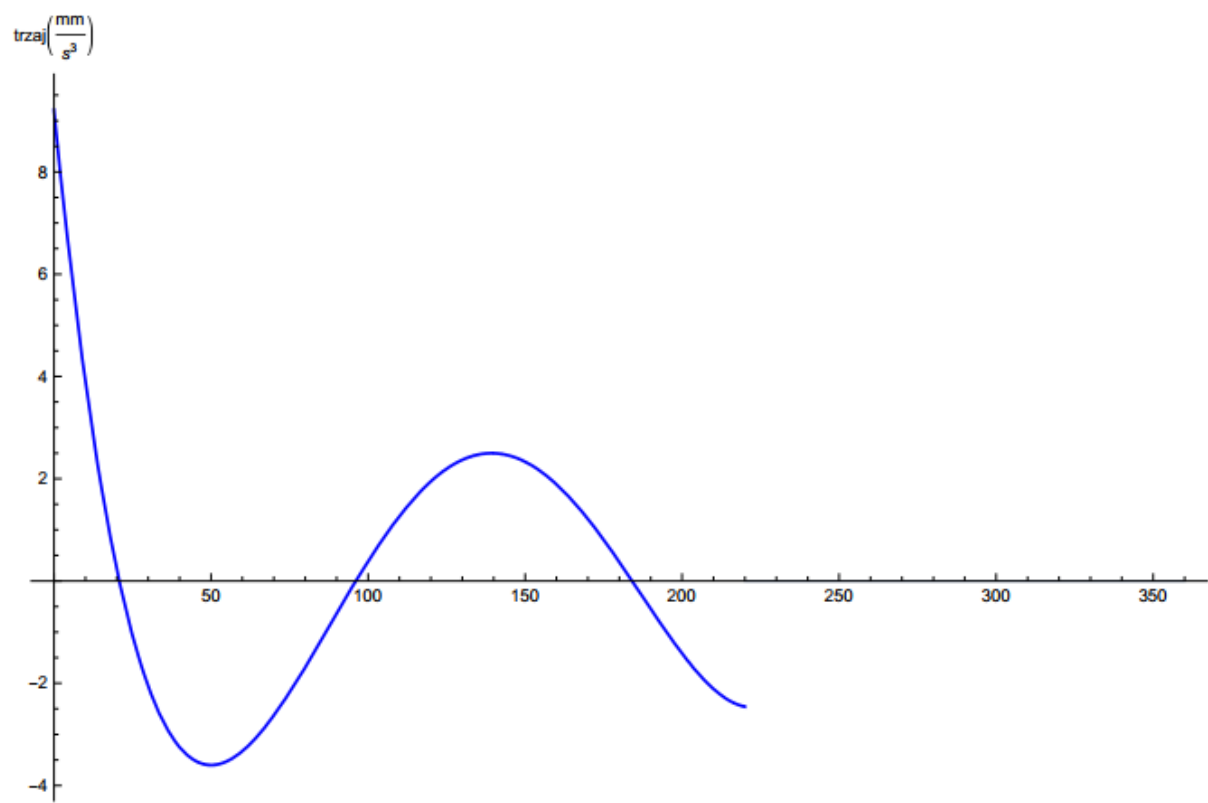
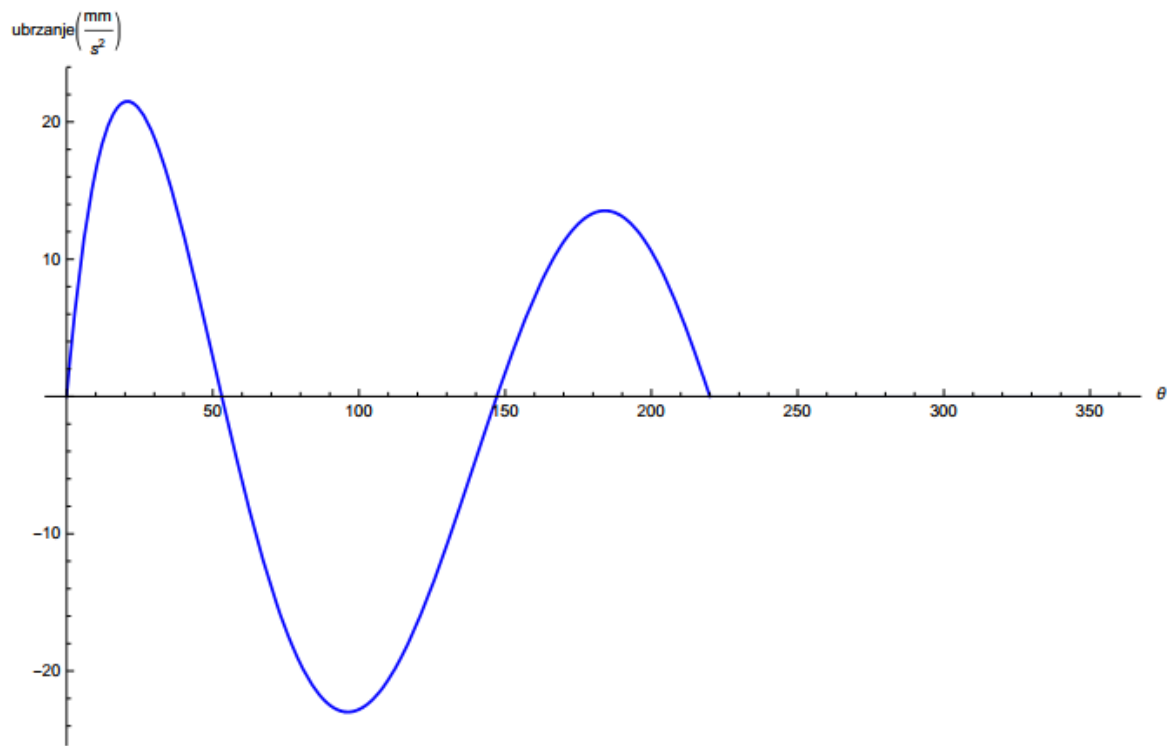
$$c_5 = 25589.20\text{mm}$$

$$c_6 = 15747.21\text{mm}$$

$$c_7 = 3608.73\text{mm}$$

Zatim se mogu nacrtati grafovi za pomak, brzinu, ubrzanje i trzaj:





## 5.1. Primjer 2.

Najbolji način za objasniti kako se vrši odabiranje programa dizanja i spuštanja je na primjeru zadatka iz [1], koji glasi:

Treba dizajnirati brijeg sa dvostrukim zadržajem koji će micati pratitalja od 0 do 63.5mm u 60 stupnjeva gibanja brijega, zadržati za 120 stupnjeva, spuštati 63.5mm u 30 stupnjeva gibanja brijega i zadržati do kraja. Ciklus traje 4 sekunde. Treba odabrati pravilni programza dizanje i spuštanje, koji će minimizirati ubrzanje, nacrtati SVAJ dijagrame.

Početni uvjeti su:

$$\beta_1 = 60^\circ \quad \beta_2 = 120^\circ \quad \beta_3 = 30^\circ \quad \beta_4 = 150^\circ$$

$$h_1 = 63.5mm \quad h_2 = 0mm \quad h_3 = 63.5mm \quad h_4 = 0mm$$

$$\text{Vrijeme ciklusa } \tau = 4 \text{ sec}$$

Pošto se brijeg u jednome ciklusu okrene za  $2\pi$  radijana, moguće je izračunati brzinu:

$$\omega = \frac{2\pi rad}{\tau}$$

$$\omega = 1.571 \frac{rad}{sec}$$

Program sa najmanjim ubrzanjem i koji nema beskonačan trzaj je trapezoidni, definiran je konstantama:

$$b = 0.25 \quad c = 0.50 \quad d = 0.25$$

$$C_v = 2.0000 \quad C_a = 4.8881 \quad C_j = 61.426$$

Jednadžbe za dizanje i spuštanje su podjeljene u 5 intervala koji su:

Za  $0 \leq x \leq (1 + d)/2$ , gdje je  $x$  kordinata sa rasponom od 0 do 1.

$$y_1(x) = C_a \left[ x \frac{b}{\pi} - \left( \frac{b}{\pi} \right)^2 \sin \left( \frac{\pi}{b} x \right) \right] \quad y'_1(x) = C_a \frac{b}{\pi} \left[ 1 - \cos \left( \frac{\pi}{b} x \right) \right]$$



$$y''_1(x) = C_a \sin\left(\frac{\pi}{b}x\right) \quad y'''_1(x) = C_a \frac{\pi}{b} \cos\left(\frac{\pi}{b}\right)$$

Za  $b/2 \leq x \leq (1-d)/2$

$$y_2(x) = C_a \left[ \frac{x^2}{2} + b \left( \frac{1}{\pi} - \frac{1}{2} \right) x + b^2 \left( \frac{1}{8} - \frac{1}{\pi^2} \right) \right] \quad y'_2(x) = C_a \left[ x + b \left( \frac{1}{\pi} - \frac{1}{2} \right) \right]$$

$$y''_2(x) = C_a \quad y'''_2(x) = 0$$

Za  $(1-d)/2 \leq x \leq 1$

$$y_3(x) = C_a \left[ \left( \frac{b}{\pi} + \frac{c}{2} \right) x + \frac{d^2}{\pi} + b^2 \left( \frac{1}{8} - \frac{1}{\pi^2} \right) - \frac{(1-d)^2}{8} - \left( \frac{d}{\pi} \right)^2 \cos \left[ \frac{\pi}{d} \left( x - \frac{1-d}{2} \right) \right] \right]$$

$$y'_3(x) = C_a \left[ \frac{b}{\pi} + \frac{c}{2} + \frac{d}{\pi} \sin \left[ \frac{\pi}{d} \left( x - \frac{1-d}{2} \right) \right] \right]$$

$$y''_3(x) = C_a \cos \left[ \frac{\pi}{d} \left( x - \frac{1-d}{2} \right) \right]$$

$$y'''_3(x) = C_a \frac{\pi}{d} \sin \left[ \frac{\pi}{d} \left( x - \frac{1-d}{2} \right) \right]$$

Za  $(1+d)/2 \leq x \leq 1$

$$y_4(x) = C_a \left[ -\frac{x^2}{2} + \left( \frac{b}{\pi} + 1 - \frac{b}{2} \right) x + (2d^2 - b^2) \left( \frac{1}{\pi^2} - \frac{1}{8} \right) - \frac{1}{4} \right]$$

$$y'_4(x) = C_a \left( -x + \frac{b}{\pi} + 1 - \frac{b}{2} \right)$$

$$y''_4(x) = -C_a \quad y'''_4(x) = 0$$

Za  $1 - b/2 \leq x \leq 1$

$$y_5(x) = C_a \left[ \frac{b}{\pi} x + \frac{2(d^2 - b^2)}{\pi^2} + \frac{(1-b)^2 - d^2}{4} - \left( \frac{b}{\pi} \right)^2 \sin \left[ \frac{\pi}{b} (x - 1) \right] \right]$$

$$y'_5(x) = C_a \frac{b}{\pi} \left[ 1 - \cos \left[ \frac{\pi}{b} (x - 1) \right] \right]$$

$$y''_5(x) = C_a \sin \left[ \frac{\pi}{b} (x - 1) \right]$$

$$y'''_5(x) = C_a \frac{\pi}{b} \cos \left[ \frac{\pi}{b} (x - 1) \right]$$

Iznad postavljeni uvjeti se odnose na dizanje i spuštanje s pravilnim vrijednostima za  $\theta, \beta$  i  $h$ . Da bi se grafički prikazao treba postaviti funkciju vrijednosti između  $x_1$  i  $x_2$ .

$$R(x, x_1, x_2) = if[(x > x_1) \wedge (x \leq x_2), 1, 0]$$

SVAJ jednažbe za  $0 \leq \theta \leq \beta_1$  (dizanje).

$$s_1(x) = h_1 \left[ R \left( x, 0, \frac{b}{2} \right) y_1(x) + R \left( x, \frac{b}{2}, \frac{1-d}{2} \right) y_2(x) + R \left( x, \frac{1-d}{2}, \frac{1+d}{2} \right) y_3(x) \dots \right. \\ \left. + R \left( x, \frac{1+d}{2}, 1 - \frac{b}{2} \right) y_4(x) + R \left( x, 1 - \frac{b}{2}, 1 \right) y_5(x) \right]$$

$$v_1(x) = \frac{h_1}{\beta_1} \left[ R \left( x, 0, \frac{b}{2} \right) y'_1(x) + R \left( x, \frac{b}{2}, \frac{1-d}{2} \right) y'_2(x) + R \left( x, \frac{1-d}{2}, \frac{1+d}{2} \right) y'_3(x) \dots \right. \\ \left. + R \left( x, \frac{1+d}{2}, 1 - \frac{b}{2} \right) y'_4(x) + R \left( x, 1 - \frac{b}{2}, 1 \right) y'_5(x) \right]$$

$$a_1(x) = \frac{h_1}{\beta_1^2} \left[ R \left( x, 0, \frac{b}{2} \right) y''_1(x) + R \left( x, \frac{b}{2}, \frac{1-d}{2} \right) y''_2(x) + R \left( x, \frac{1-d}{2}, \frac{1+d}{2} \right) y''_3(x) \dots \right. \\ \left. + R \left( x, \frac{1+d}{2}, 1 - \frac{b}{2} \right) y''_4(x) + R \left( x, 1 - \frac{b}{2}, 1 \right) y''_5(x) \right]$$

$$j_1(x) = \frac{h_1}{\beta_1^3} \left[ R \left( x, 0, \frac{b}{2} \right) y'''_1(x) + R \left( x, \frac{b}{2}, \frac{1-d}{2} \right) y'''_2(x) + R \left( x, \frac{1-d}{2}, \frac{1+d}{2} \right) y'''_3(x) \dots \right. \\ \left. + R \left( x, \frac{1+d}{2}, 1 - \frac{b}{2} \right) y'''_4(x) + R \left( x, 1 - \frac{b}{2}, 1 \right) y'''_5(x) \right]$$

Za drugi interval  $\beta_1 \leq \theta \leq \beta_1 + \beta_2$  Vrijedi da su sve vrijednosti nula zbog zadržaja osim puta koji je jednak visini  $h_1$ .

$$s_2(x) = h_1 \quad v_2(x) = 0 \quad a_2(x) = 0 \quad j_2(x) = 0$$

Za treći interval  $\beta_1 + \beta_2 \leq 0 \leq \beta_1 + \beta_2 + \beta_3$ .

$$s_3(x) = h_3 \left[ 1 - \left[ R\left(x, 0, \frac{b}{2}\right) y_1(x) + R\left(x, \frac{b}{2}, \frac{1-d}{2}\right) y_2(x) + R\left(x, \frac{1-d}{2}, \frac{1+d}{2}\right) y_3(x) \dots \right. \right. \\ \left. \left. + R\left(x, \frac{1+d}{2}, 1 - \frac{b}{2}\right) y_4(x) + R\left(x, 1 - \frac{b}{2}, 1\right) y_5(x) \right] \right]$$

$$v_3(x) = -\frac{h_3}{\beta_3} \left[ R\left(x, 0, \frac{b}{2}\right) y'_1(x) + R\left(x, \frac{b}{2}, \frac{1-d}{2}\right) y'_2(x) + R\left(x, \frac{1-d}{2}, \frac{1+d}{2}\right) y'_3(x) \dots \right. \\ \left. + R\left(x, \frac{1+d}{2}, 1 - \frac{b}{2}\right) y'_4(x) + R\left(x, 1 - \frac{b}{2}, 1\right) y'_5(x) \right]$$

$$a_3(x) = -\frac{h_3}{\beta_3^2} \left[ R\left(x, 0, \frac{b}{2}\right) y''_1(x) + R\left(x, \frac{b}{2}, \frac{1-d}{2}\right) y''_2(x) + R\left(x, \frac{1-d}{2}, \frac{1+d}{2}\right) y''_3(x) \dots \right. \\ \left. + R\left(x, \frac{1+d}{2}, 1 - \frac{b}{2}\right) y''_4(x) + R\left(x, 1 - \frac{b}{2}, 1\right) y''_5(x) \right]$$

$$j_3(x) = -\frac{h_3}{\beta_3^3} \left[ R\left(x, 0, \frac{b}{2}\right) y'''_1(x) + R\left(x, \frac{b}{2}, \frac{1-d}{2}\right) y'''_2(x) + R\left(x, \frac{1-d}{2}, \frac{1+d}{2}\right) y'''_3(x) \dots \right. \\ \left. + R\left(x, \frac{1+d}{2}, 1 - \frac{b}{2}\right) y'''_4(x) + R\left(x, 1 - \frac{b}{2}, 1\right) y'''_5(x) \right]$$

I za posljednji četvrti interval zadržaja vrijedi  $\beta_1 + \beta_2 \leq 0 \leq \beta_1 + \beta_2 + \beta_3$ .

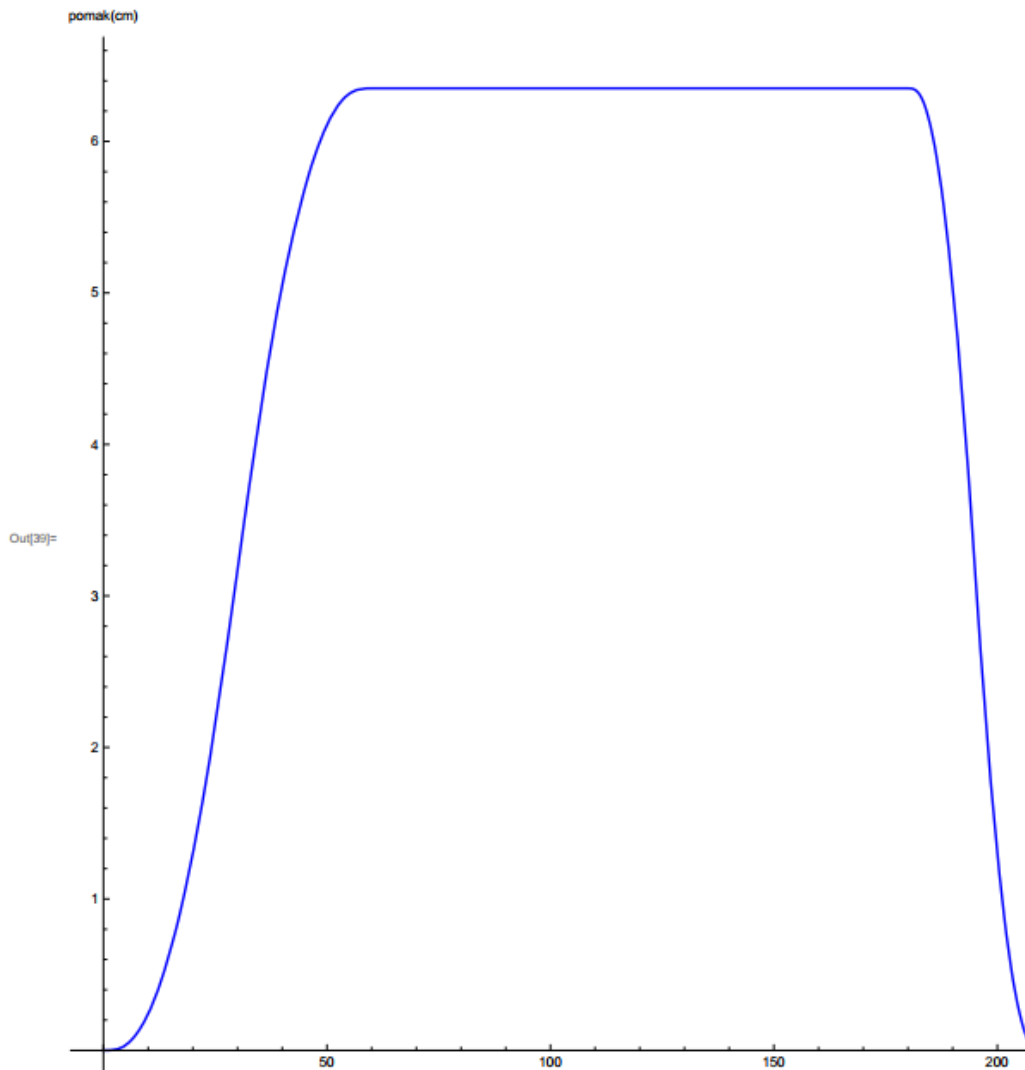
$$s_4(x) = h_1 \quad v_4(x) = 0 \quad a_4(x) = 0 \quad j_4(x) = 0$$

Globalna jednačba pomaka za sva 4 prije definirana intervala iznad gdje vrijedi:

$$\theta_1 = \beta_1 \quad \theta_2 = \theta_1 + \beta_2 \quad \theta_3 = \theta_2 + \beta_3 \quad \theta_4 = \theta_3 + \beta_4$$

$$S(\theta) = s_1 \left( \frac{\theta}{\theta_1} \right) + R(\theta, \theta_1, \theta_2) s_2 \left( \frac{\theta - \theta_1}{\theta_2 - \theta_1} \right) + R(\theta, \theta_2, \theta_3) s_3 \left( \frac{\theta - \theta_2}{\theta_3 - \theta_2} \right) \dots$$

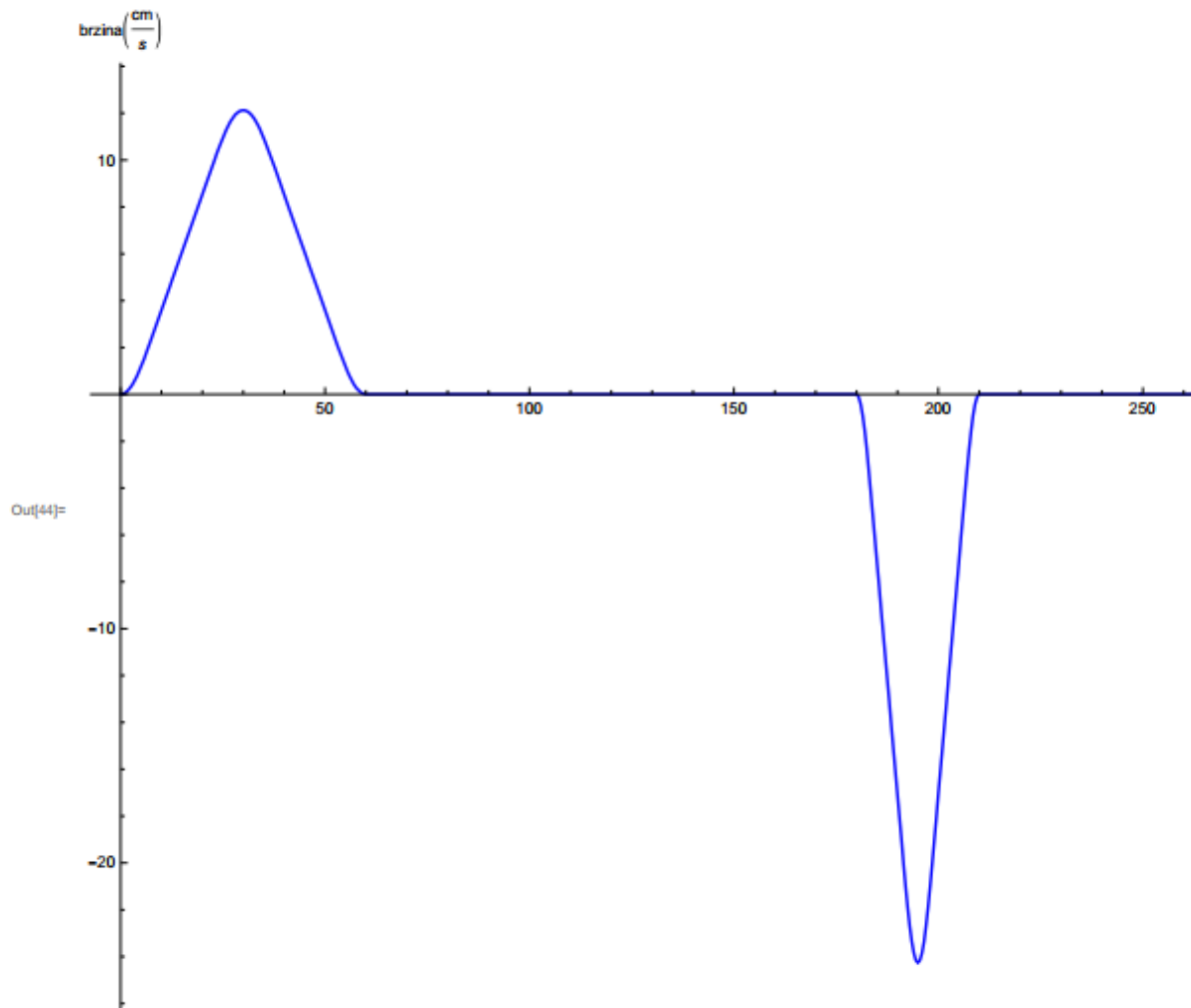
$$+ R(\theta, \theta_3, \theta_4) s_4 \left( \frac{\theta - \theta_3}{\theta_4 - \theta_3} \right)$$



Globalna jednažba brzine za sva 4 prije definirana intervala iznad.

$$V(\theta) = v_1 \left( \frac{\theta}{\theta_1} \right) + R(\theta, \theta_1, \theta_2) v_2 \left( \frac{\theta - \theta_1}{\theta_2 - \theta_1} \right) + R(\theta, \theta_2, \theta_3) v_3 \left( \frac{\theta - \theta_2}{\theta_3 - \theta_2} \right) \dots$$

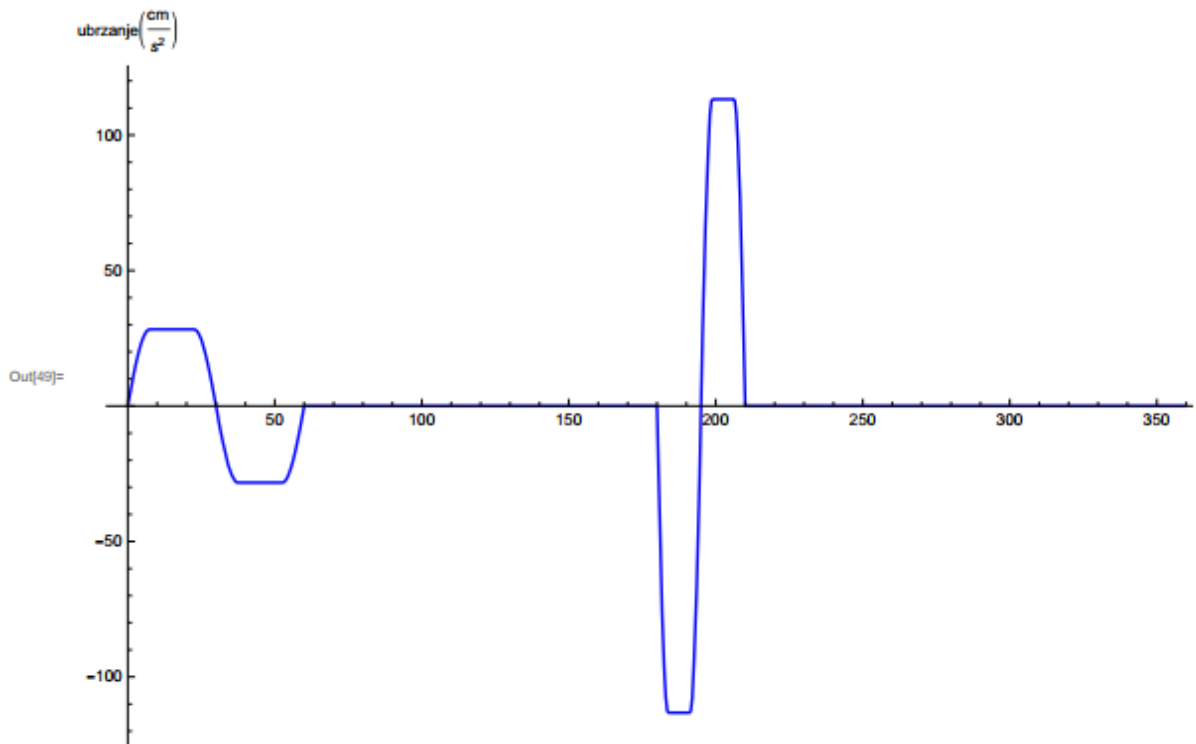
$$+ R(\theta, \theta_3, \theta_4) v_4 \left( \frac{\theta - \theta_3}{\theta_4 - \theta_3} \right)$$



Globalna jednažba ubrzanja za sva 4 prije definirana intervala iznad.

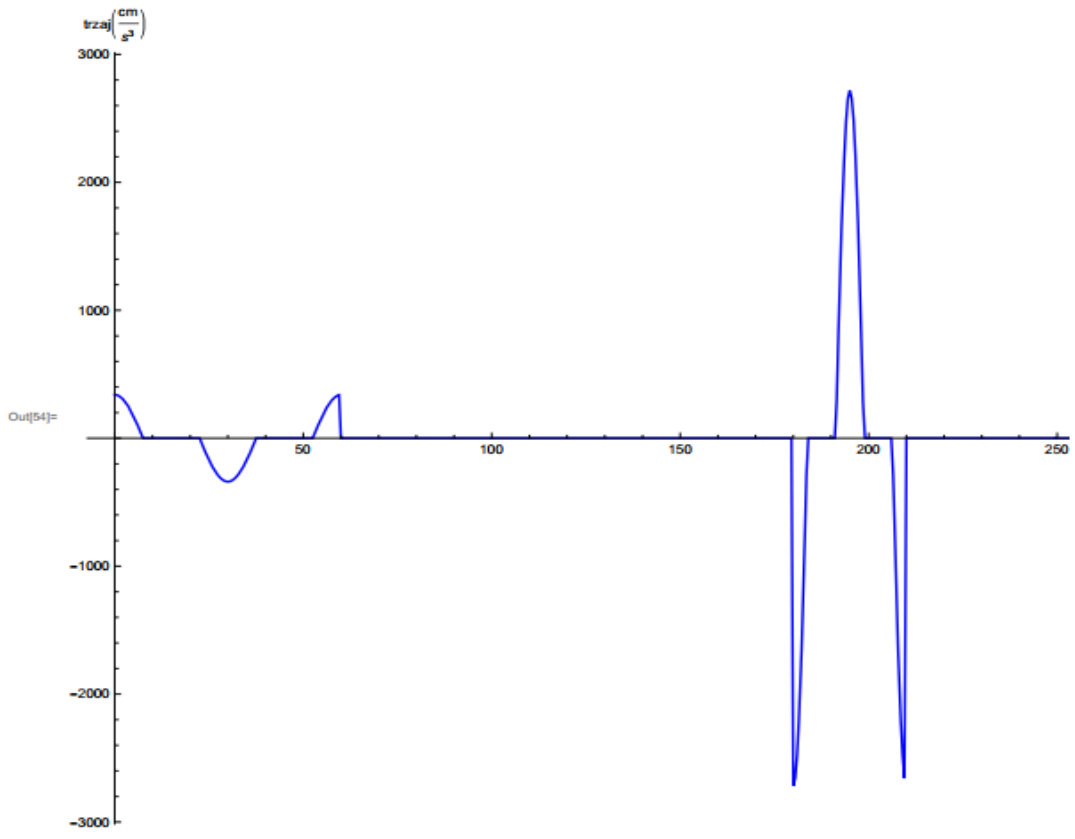
$$A(\theta) = a_1 \left( \frac{\theta}{\theta_1} \right) + R(\theta, \theta_1, \theta_2) a_2 \left( \frac{\theta - \theta_1}{\theta_2 - \theta_1} \right) + R(\theta, \theta_2, \theta_3) a_3 \left( \frac{\theta - \theta_2}{\theta_3 - \theta_2} \right) \dots$$

$$+ R(\theta, \theta_3, \theta_4) a_4 \left( \frac{\theta - \theta_3}{\theta_4 - \theta_3} \right)$$



Globalna jednađba trzaja za sva 4 prije definirana intervala iznad.

$$\begin{aligned}
 J(\theta) = & j_1\left(\frac{\theta}{\theta_1}\right) + R(\theta, \theta_1, \theta_2)j_2\left(\frac{\theta - \theta_1}{\theta_2 - \theta_1}\right) + R(\theta, \theta_2, \theta_3)j_3\left(\frac{\theta - \theta_2}{\theta_3 - \theta_2}\right) \dots \\
 & + R(\theta, \theta_3, \theta_4)j_4\left(\frac{\theta - \theta_3}{\theta_4 - \theta_3}\right)
 \end{aligned}$$



### 5.3. Primjer 3.

Treba dizajnirati profil brijega iz poglavlja 2.4; uzimajući u obzir kontaktni kut i radius zakrivljenja. Koristiti ekscentričnost samo ako je potrebna za balansiranje funkcija. Nacrtati profil brijega.

Zadano:

$$\text{Okr/min} = 2\pi \text{ radmin}^{-1}$$

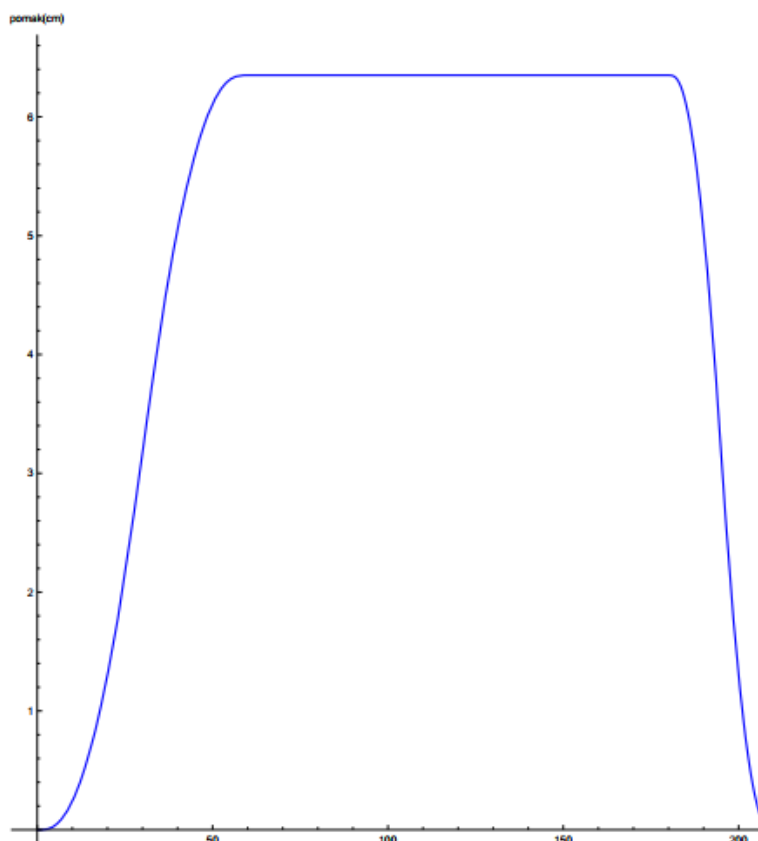
DIZANJE	ZADRŽAJ	SPUŠTANJE	ZADRŽAJ
$\beta_1 = 60^\circ$	$\beta_2 = 120^\circ$	$\beta_3 = 30^\circ$	$\beta_4 = 150^\circ$
$h_1 = 6.35 \text{ cm}$	$h_2 = 0 \text{ cm}$	$h_3 = 6.35 \text{ cm}$	$h_4 = 0 \text{ cm}$

$$\text{Trajanje ciklusa } \tau = 4 \text{ sek}$$

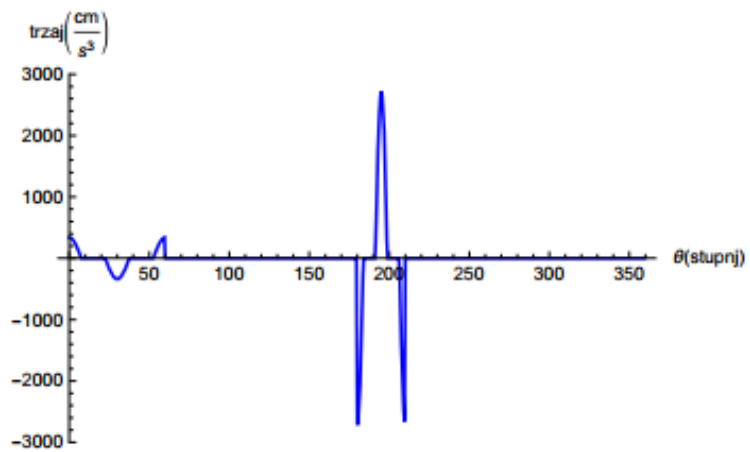
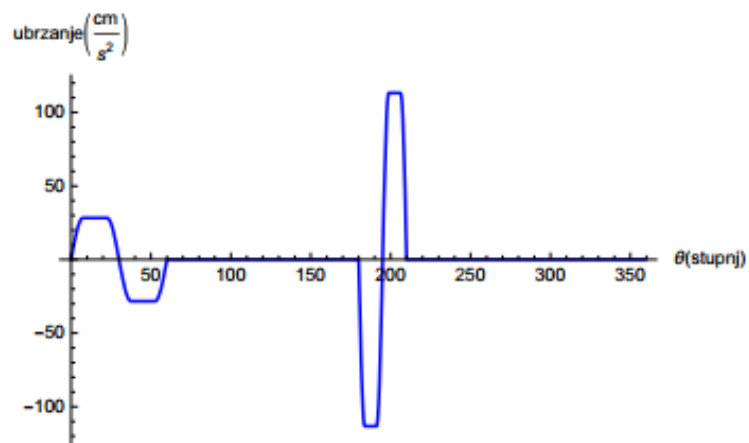
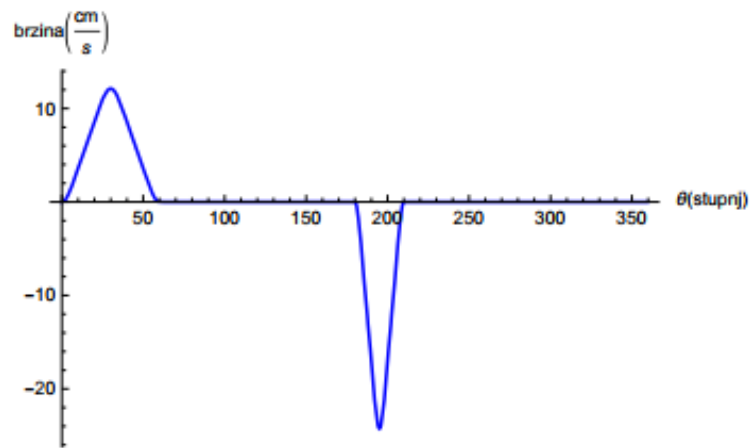
Brzina bregastoga vratila:

$$\omega = \frac{2\pi \text{ rad}}{\tau} \qquad \omega = 1.571 \frac{\text{rad}}{\text{sek}}$$

Unosom zadanog programa u mathematicu izcrtavaju se dijagrami pomaka, brzine, ubrzanja i trzaja;

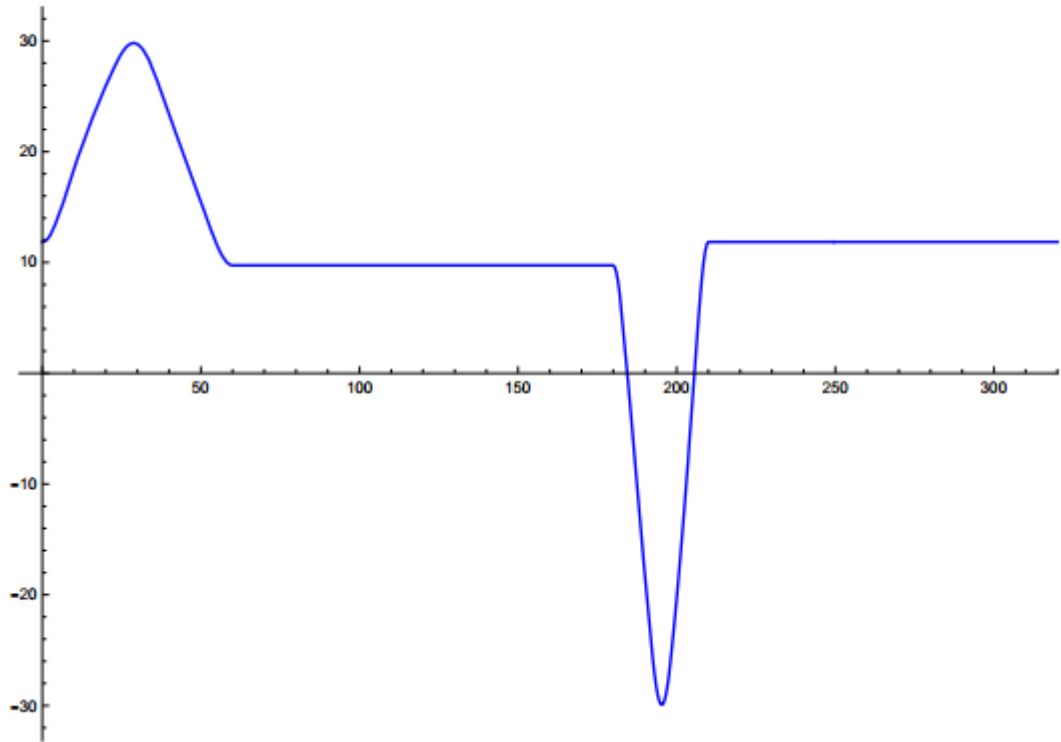




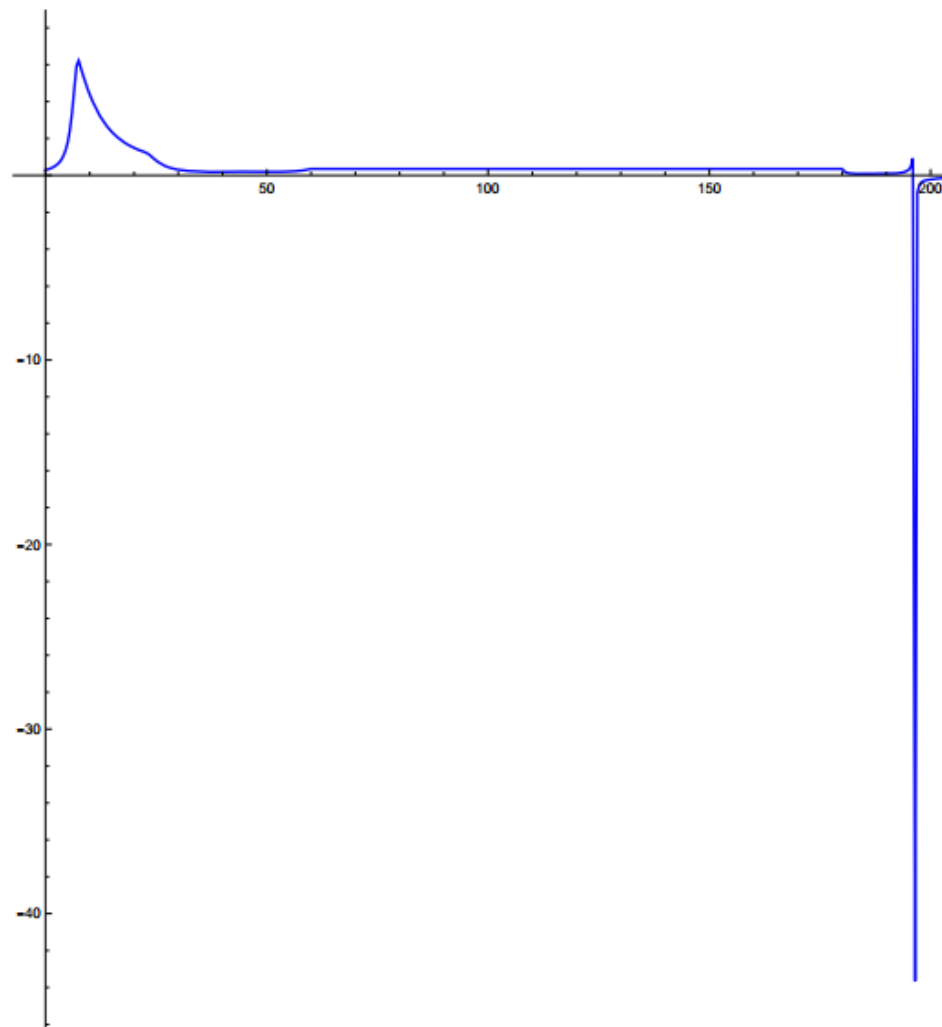


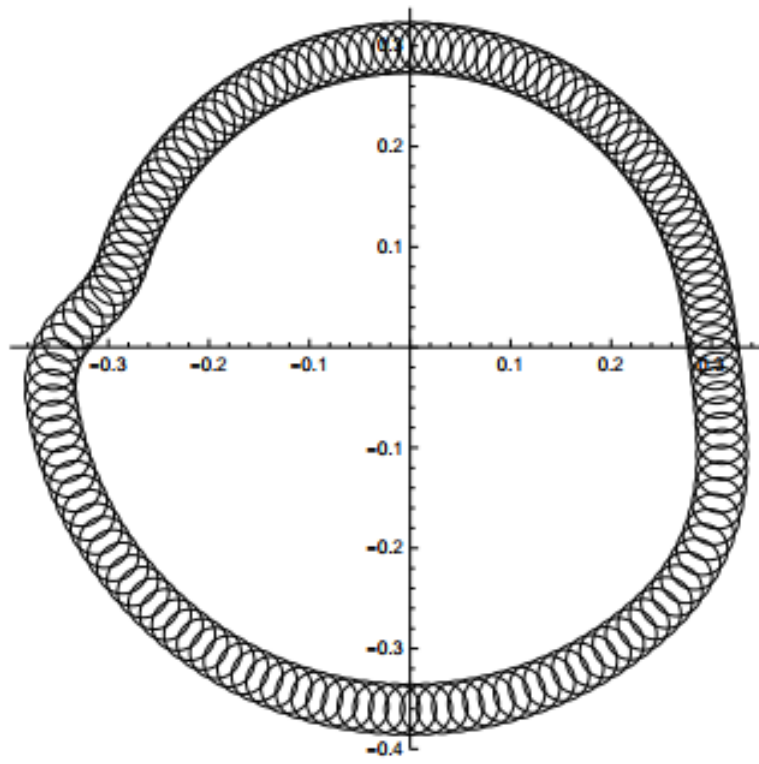
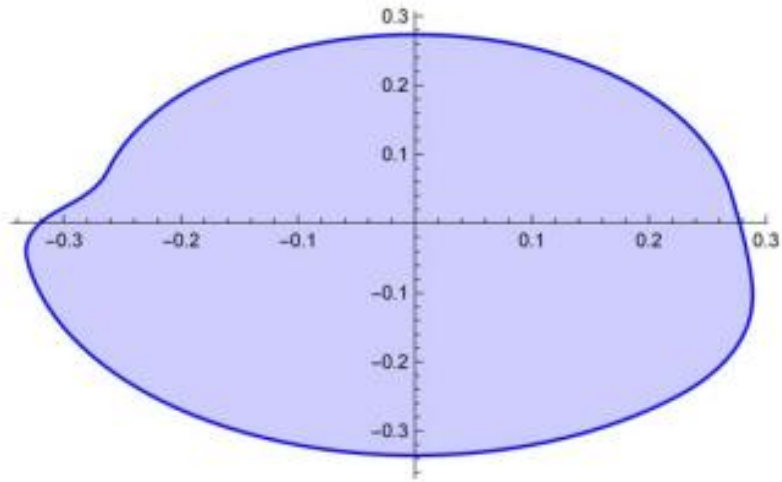
Dijagrami kuta pritiska i polumjera zakrivljenja i konture brijega i puta kotačića po brijegu:

kut pritiska(stupnjeva)



polumjer zakrivljenosti(metara)





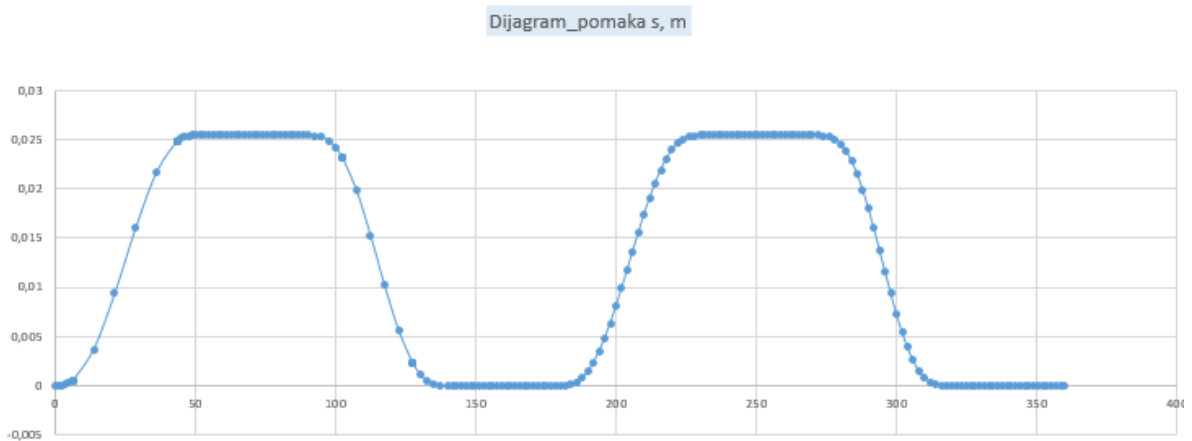
#### 5.4. Primjer 4.

Pratitelj se giba po brijegu, gibanje mu omogućuje sila zatvorenu unutar radijalnog tanjura brijega i ima sljedeći program:

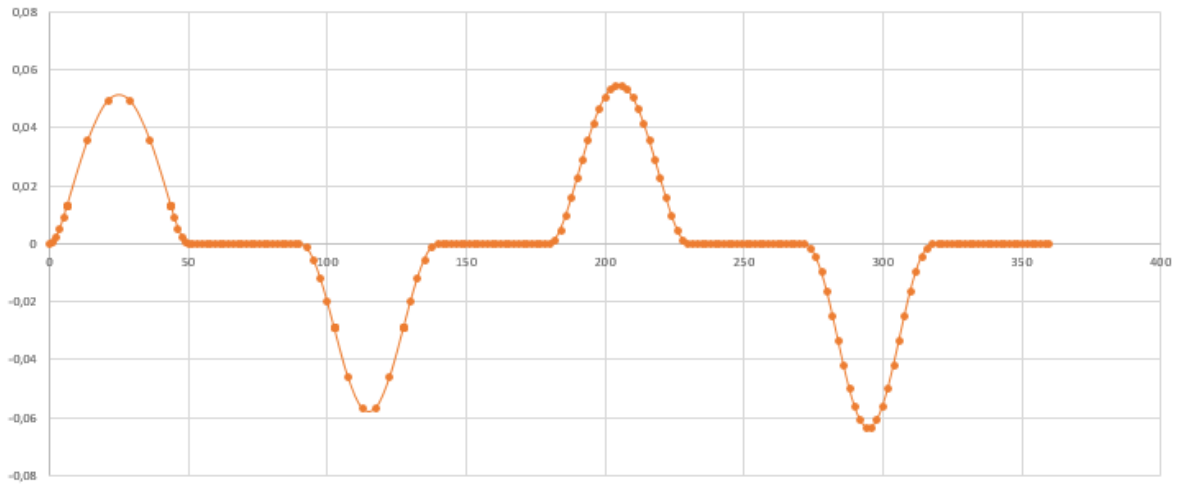
- Dizanje 0,0254m u 50 stupnjeva sa modificiranim sinusom
- Zadržaj 40 stupnjeva
- Spuštanje 0,0254m u 50 stupnjeva sa cikloidalnim pomakom
- Zadržaj 40 stupnjeva
- Dizanje 0,0254m u 50 stupnjeva sa 3-4-5 polinomom
- Zadržaj 40 stupnjeva
- Spuštanje 0,0254m u 50 stupnjeva sa 4-5-6-7 polinomom
- Zadržaj 40 stupnjeva
- Kutna brzina je 18,85 rad/sec
- Težina pratitelja je 12,92kg
- Prigušivanje je 15%.

Treba pronaći zadovoljavajuću konstantu prednaprezanja opruge.

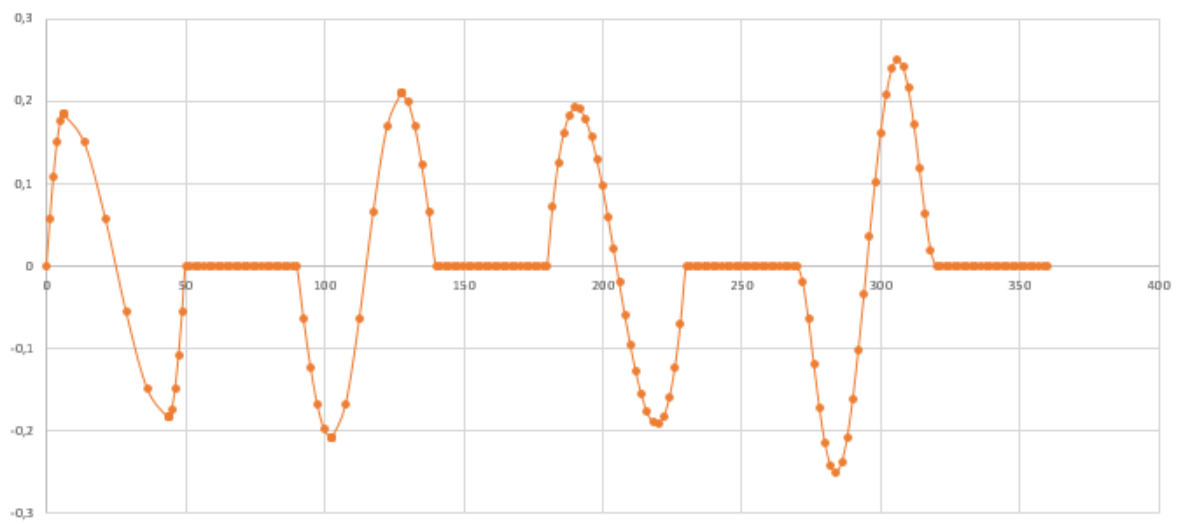
Kinematičke veličine, pomak, brzina, ubrzanje i trzaj:



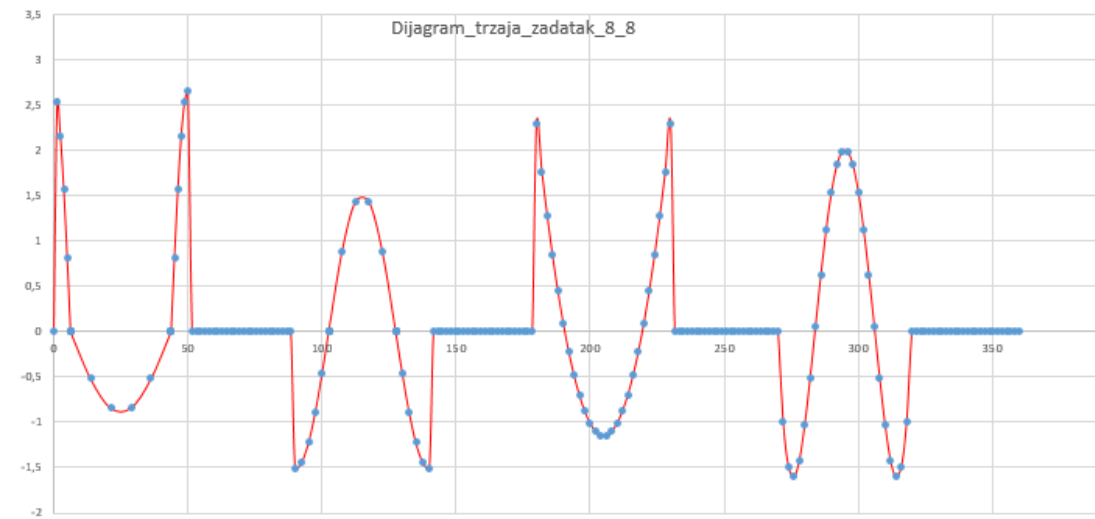
Dijagram\_brzine\_podizaca\_krivuljnog\_mehanizma v, m/s



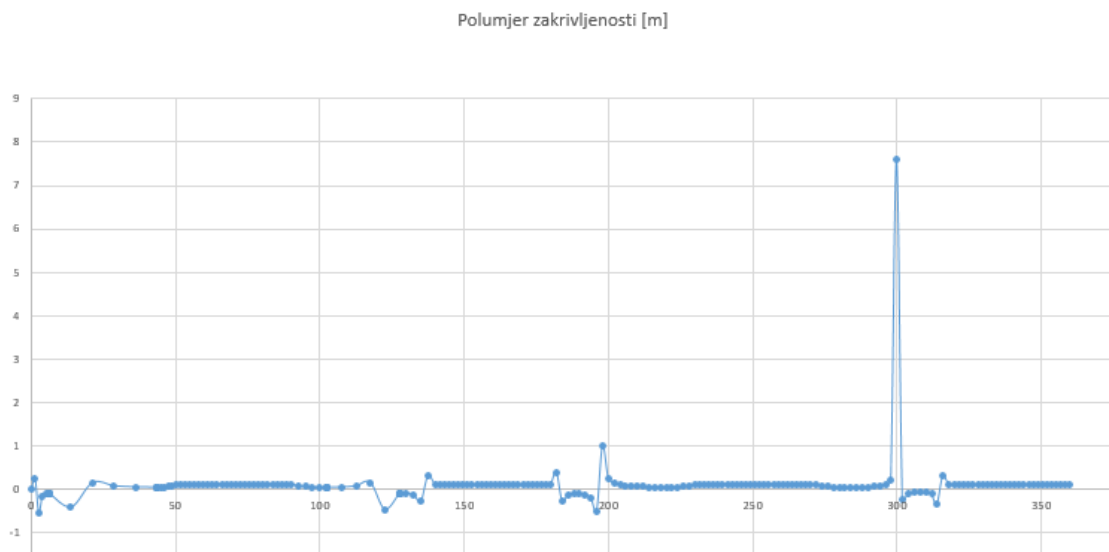
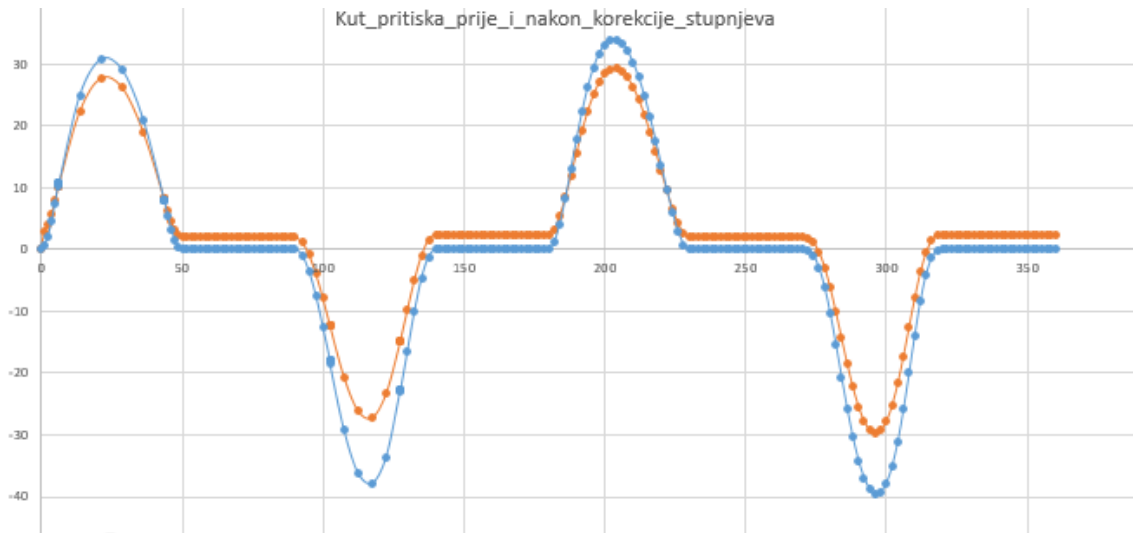
Dijagram\_ubrzanja\_podizaca\_krivuljnog\_mehanizma a, m/(s\*s)



Dijagram\_trzaja\_zadatak\_8\_8



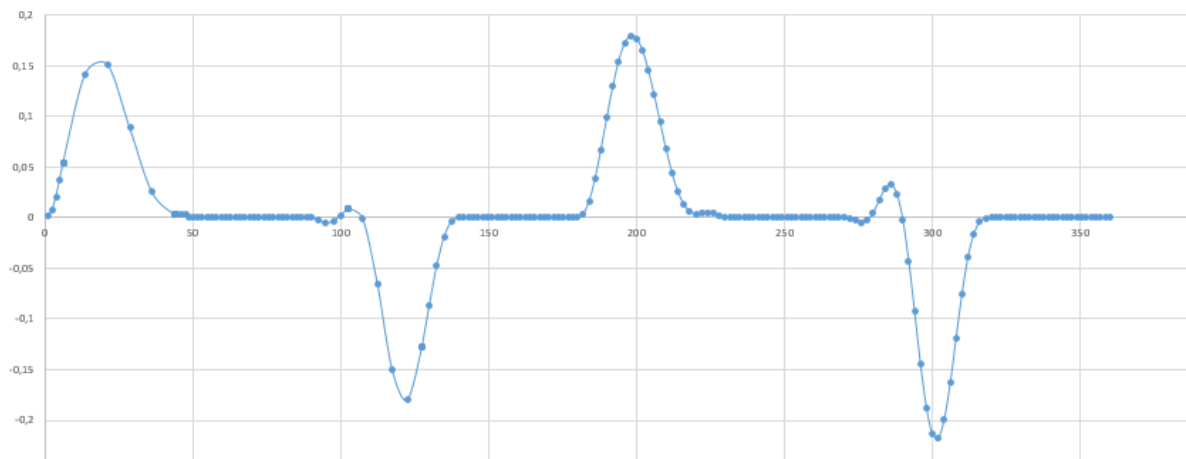
Kut pritiska i polumjer zakrivljenosti:



Moment na brijegu i kontaktna sila između vratila i podizača:

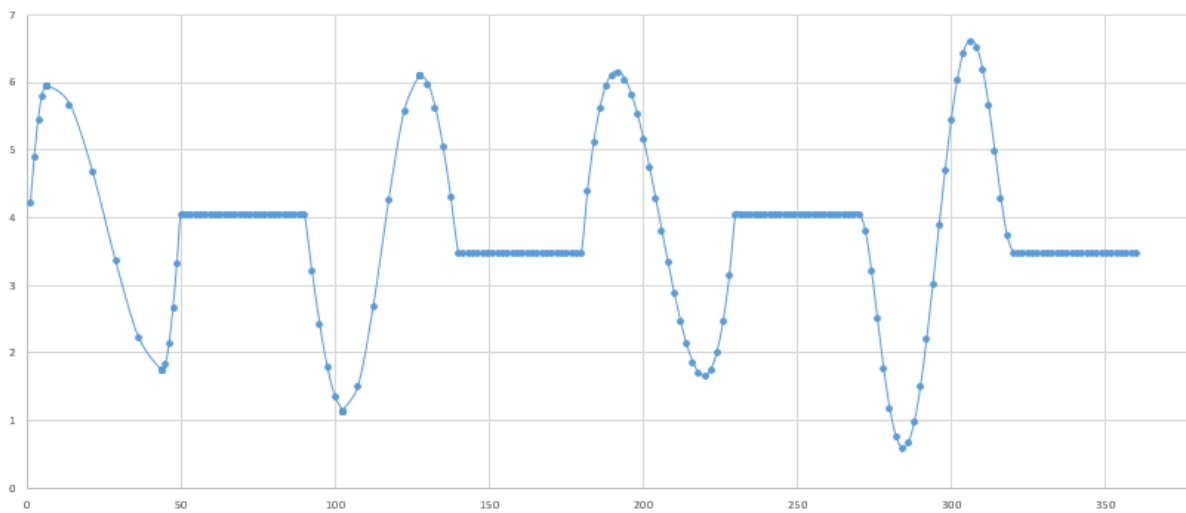


Moment na brijegu [Nm]

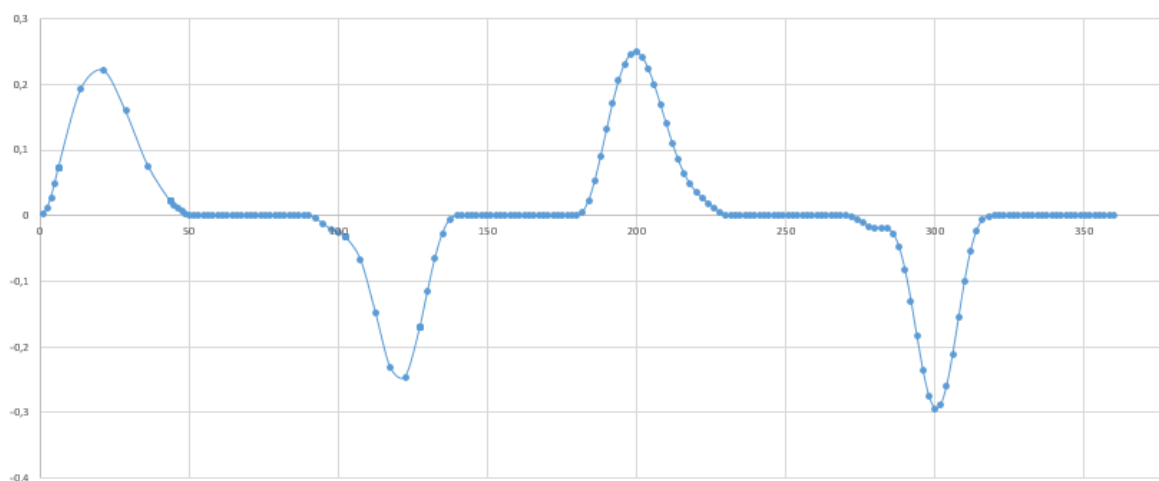


Pošto je kontaktna sila u minusu, dolazi do odvajanja pratitelja od brijega, zbog toga treba povećati faktor sile prednaprezanja s 2 na 3,5, i zatim slijedi:

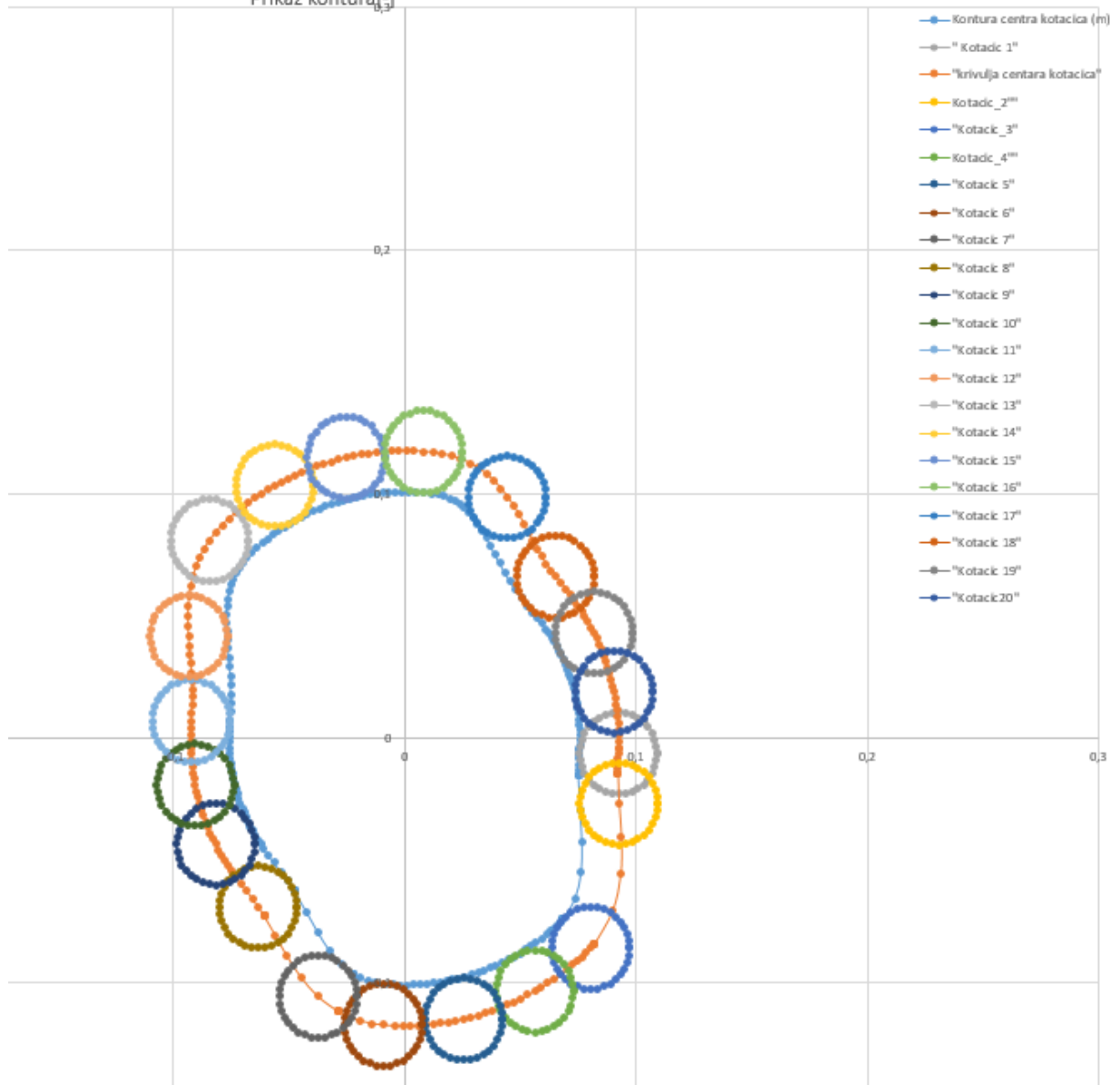
Kontaktna sila između bregastog vratila i podizaca [N]



Moment na brijegu [Nm]



Prikaz kontura[...]





## **6. Zaključak**

Cilj ovog završnog rada je upoznati se sa osnovnom kinematikom i dinamikom bregastih mehanizama, kao i sa njihovom primjenom u mehatroničkim sustavima. Kroz obrađene primjere dokazala su se osnovna načela bregastih mehanizama kao i njihovo dimenzioniranje. Njihova velika prisutnost u mehatroničkim sustavima je obrađena kroz sva poglavlja i okrunjena je pokaznim primjerima u prilogu.

## 7. Literatura

- [1]. Robert L. Norton, Design of machinery, sixth edition (2020.), Worcester Polytechnic Institute, McGraw - Hill education
- [2] Ignacio Valiente Blanco, José Luis Pérez Díaz, David Mauricio Alba Lucero, Efrén Díez Jiménez, Cams design II, (2017.), Universidad Carlos III de Madrid
- [3] Harold A. Rothbart, Cam design handbook, (2004.), McGraw – Hill handbooks
- [4] J. J. Williams, Introduction to analytical methods for internal combustion engine cam mechanisms, (2013.), Springer London Heidelberg
- [5] Saswata Baski, Theory of machine, [https://learnmechanical.com/cam-and-follower/#What is a Follower](https://learnmechanical.com/cam-and-follower/#What_is_a_Follower)
- [6] Roberto žigulić, Sanjin Braut, Kinematika, (2012.), Tehnički fakultet – Sveučilište u Rijeci

## 8. Prilog primjer 1.

```

In[1]> "Definicija ulaznih parametara"
Out[1]> Definicija ulaznih parametara

In[2]>  $\theta_{diz} = (100 / 360) * (2 * N[Pi]);$ 
 $\theta_{spust} = (120 / 360) * (2 * N[Pi]);$ 
 $h = 50.; v = 0.; a = 0.;$ 
 $\beta_{dwell} = (140 / 360) * (2 * N[Pi]);$ 

In[3]>  $\theta_{dizdeg} = 100; \theta_{spustdeg} = 120;$ 

In[4]>  $Y[A] = C_0 + C_1 * A + C_2 * A^2 + C_3 * A^3 + C_4 * A^4 + C_5 * A^5 + C_6 * A^6 + C_7 * A^7$ 
Out[4]>  $C_0 + A C_1 + A^2 C_2 + A^3 C_3 + A^4 C_4 + A^5 C_5 + A^6 C_6 + A^7 C_7$ 

In[5]>  $Y_{crt}[A] = D[Y[A], A] * (1 / (\theta_{diz} + \theta_{spust}))$ 
Out[5]>  $0.260435 (C_1 + 2 A C_2 + 3 A^2 C_3 + 4 A^3 C_4 + 5 A^4 C_5 + 6 A^5 C_6 + 7 A^6 C_7)$ 

In[6]>  $Y_{dvocrt}[A] = D[Y_{crt}[A], A] * (1 / (\theta_{diz} + \theta_{spust})^2)$ 
Out[6]>  $0.0176644 (2 C_2 + 6 A C_3 + 12 A^2 C_4 + 20 A^3 C_5 + 30 A^4 C_6 + 42 A^5 C_7)$ 

In[7]>  $Y_{trcrt}[A] = D[Y_{dvocrt}[A], A] * (1 / (\theta_{diz} + \theta_{spust})^3)$ 
Out[7]>  $0.000312032 (6 C_3 + 24 A C_4 + 60 A^2 C_5 + 120 A^3 C_6 + 210 A^4 C_7)$ 

In[8]>  $rubni10 = Y[A] /. (A \rightarrow 0)$ 
Out[8]>  $C_0$ 

In[9]>  $rubni20 = Y_{crt}[A] /. (A \rightarrow 0)$ 
Out[9]>  $0.260435 C_1$ 

In[10]>  $rubni30 = Y_{dvocrt}[A] /. (A \rightarrow 0)$ 
Out[10]>  $0.0353289 C_2$ 

In[11]>  $konst0 = Solve[rubni10 == 0.0, C_0] [[1, 1, 2]]$ 
Out[11]>  $0.$ 

In[12]>  $konst1 = Solve[rubni20 == 0.0, C_1] [[1, 1, 2]]$ 
Out[12]>  $0.$ 

In[13]>  $konst2 = Solve[rubni30 == 0.0, C_2] [[1, 1, 2]]$ 
Out[13]>  $0.$ 

In[14]>  $rubni11 = Y[A] /. (A \rightarrow \theta_{diz} / (\theta_{diz} + \theta_{spust}), C_0 \rightarrow konst0, C_1 \rightarrow konst1, C_2 \rightarrow konst2)$ 
Out[14]>  $0. + 0.0939144 C_3 + 0.0426883 C_4 + 0.0194038 C_5 + 0.00881991 C_6 + 0.00400905 C_7$ 

In[15]>  $rubni21 = Chop[Y_{crt}[A] /. (A \rightarrow \theta_{diz} / (\theta_{diz} + \theta_{spust}), C_0 \rightarrow konst0, C_1 \rightarrow konst1, C_2 \rightarrow konst2)]$ 
Out[15]>  $0.260435 (0.619835 C_3 + 0.375657 C_4 + 0.213442 C_5 + 0.116423 C_6 + 0.0617393 C_7)$ 

In[16]>  $rubni12 = Y[A] /. (A \rightarrow 1, C_0 \rightarrow konst0, C_1 \rightarrow konst1, C_2 \rightarrow konst2)$ 
Out[16]>  $0. + C_3 + C_4 + C_5 + C_6 + C_7$ 

```

```

In[17]> rubni22 = Chop[y_crt[A] /. {A -> 1, C0 -> konst0, C1 -> konst1, C2 -> konst2}]
Out[17]> 0.260435 (3 C3 + 4 C4 + 5 C5 + 6 C6 + 7 C7)

In[18]> rubni32 = Chop[y_avcrt[A] /. {A -> 1, C0 -> konst0, C1 -> konst1, C2 -> konst2}]
Out[18]> 0.0176644 (6 C3 + 12 C4 + 20 C5 + 30 C6 + 42 C7)

In[19]> H = {{h}, {0.}, {0.}, {0.}, {0.}}
Out[19]> {{50.}, {0.}, {0.}, {0.}, {0.}}

In[20]> CC = {{Coefficient[rubni11, C3], Coefficient[rubni11, C4],
Coefficient[rubni11, C5], Coefficient[rubni11, C6], Coefficient[rubni11, C7]},
{Coefficient[rubni21, C3], Coefficient[rubni21, C4], Coefficient[rubni21, C5],
Coefficient[rubni21, C6], Coefficient[rubni21, C7]},
{Coefficient[rubni12, C3], Coefficient[rubni12, C4], Coefficient[rubni12, C5],
Coefficient[rubni12, C6], Coefficient[rubni12, C7]},
{Coefficient[rubni22, C3], Coefficient[rubni22, C4], Coefficient[rubni22, C5],
Coefficient[rubni22, C6], Coefficient[rubni22, C7]},
{Coefficient[rubni32, C3], Coefficient[rubni32, C4], Coefficient[rubni32, C5],
Coefficient[rubni32, C6], Coefficient[rubni32, C7]}}
Out[20]> {{0.0939144, 0.0426883, 0.0194038, 0.00881991, 0.00400905},
{0.161427, 0.0978345, 0.0555878, 0.0303206, 0.0160791},
{1, 1, 1, 1, 1}, {0.781306, 1.04174, 1.30218, 1.56261, 1.82305},
{0.105987, 0.211973, 0.353289, 0.529933, 0.741906}}

In[21]> MINPR = Inverse[CC]
Out[21]> {{98.4201, -114.517, 24.1319, -20.443, 19.6566},
{-367.435, 595.488, -148.426, 128.169, -125.802},
{511.784, -1099.36, 321.486, -284.886, 287.772},
{-314.944, 870.329, -287.222, 263.199, -276.764},
{72.1747, -251.937, 91.0301, -86.0383, 95.1378}}

In[22]> KOEF = MINPR.H
Out[22]> {{4921.}, {-18371.7}, {25589.2}, {-15747.2}, {3608.74}}

In[23]> konst3 = KOEF[[1, 1]];
konst4 = KOEF[[2, 1]];
konst5 = KOEF[[3, 1]];
konst6 = KOEF[[4, 1]];
konst7 = KOEF[[5, 1]]
Out[23]> 3608.74

In[24]> ypol = y[A] /. {C0 -> konst0, C1 -> konst1, C2 -> konst2,
C3 -> konst3, C4 -> konst4, C5 -> konst5, C6 -> konst6, C7 -> konst7}
Out[24]> 0. + 4921. A^3 - 18371.7 A^4 + 25589.2 A^5 - 15747.2 A^6 + 3608.74 A^7

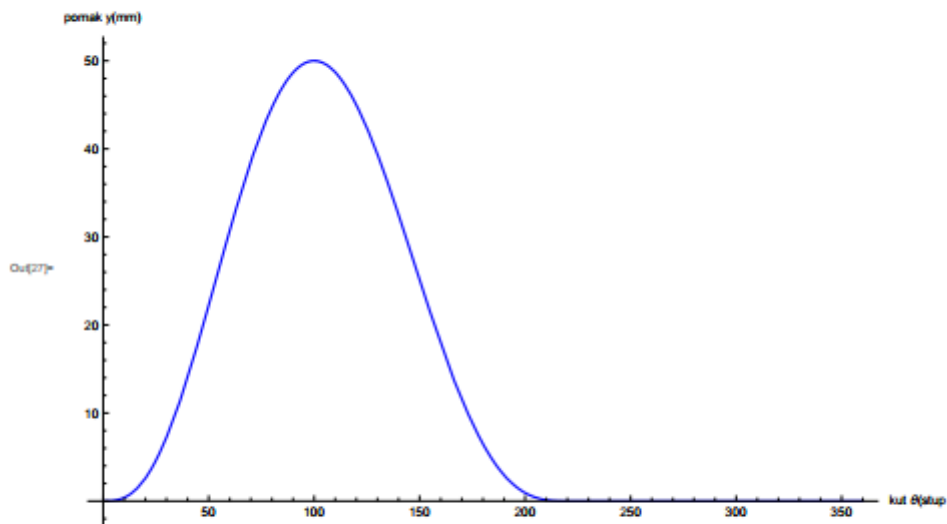
In[25]> ypol1 = ypol /. {A -> (e / (e_dizdeg + e_spustdeg))}
Out[25]> 0. + 0.000462153 e^3 - 7.84259 x 10^-6 e^4 + 4.96528 x 10^-8 e^5 - 1.38889 x 10^-10 e^6 + 1.44676 x 10^-13 e^7

```

In[26]> ypol2 = 0.

Out[26]> 0.

In[27]> Show[Plot[ypol1, {θ, 0, 220}, PlotStyle -> Blue],  
Plot[ypol2, {θ, 220, 360}, PlotStyle -> Blue], PlotRange -> All,  
AxesLabel -> {"kut θ" [stupnj], "pomak y" [mm]}]



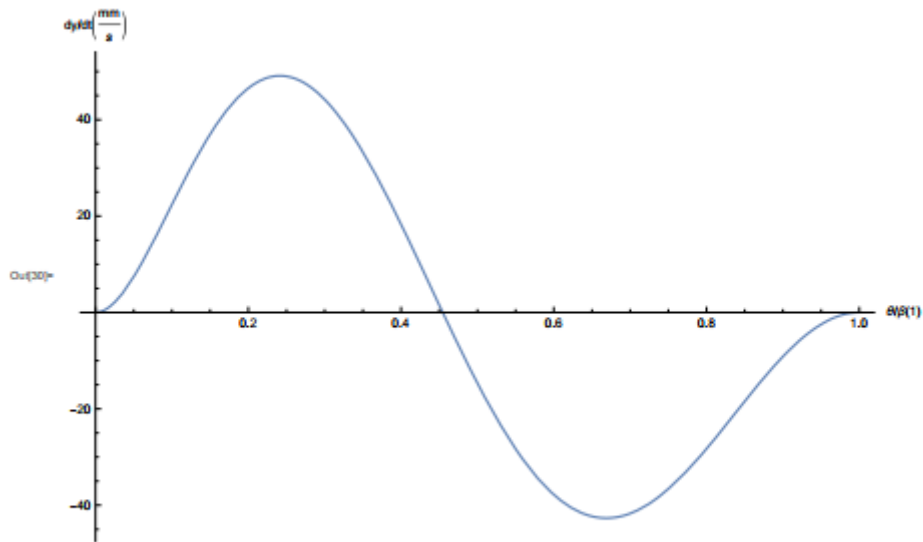
In[28]> brz = y\_crt[A] /. {C\_0 -> konst0, C\_1 -> konst1, C\_2 -> konst2,  
C\_3 -> konst3, C\_4 -> konst4, C\_5 -> konst5, C\_6 -> konst6, C\_7 -> konst7}

Out[28]> 0.260435 (0. + 14 763. A<sup>2</sup> - 73 487. A<sup>3</sup> + 127 946. A<sup>4</sup> - 94 483.3 A<sup>5</sup> + 25 261.1 A<sup>6</sup>)

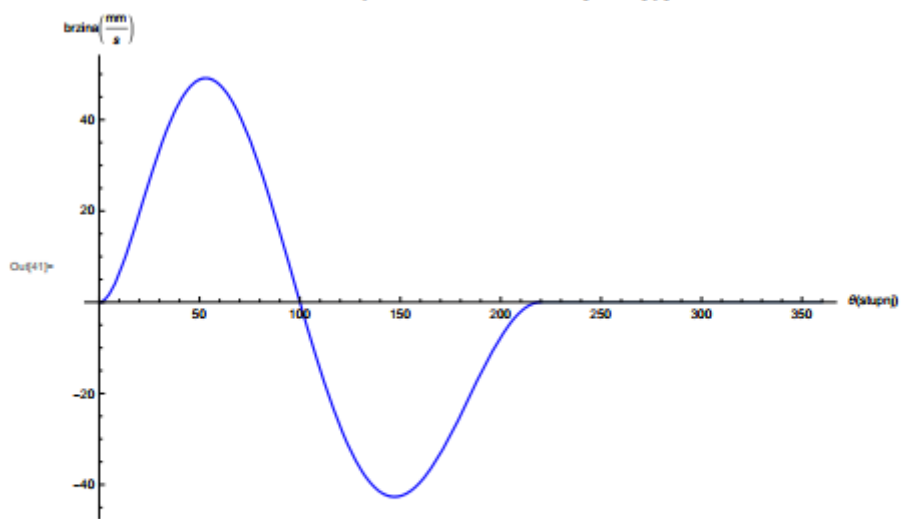
In[29]> ypolbrz = Simplify[brz /. {A -> (θ / (θ\_dizdeg + θ\_spušdeg))}]

Out[29]> 0. + 0.0794382 θ<sup>2</sup> - 0.00179739 θ<sup>3</sup> + 0.0000142245 θ<sup>4</sup> - 4.77465 × 10<sup>-8</sup> θ<sup>5</sup> + 5.80252 × 10<sup>-11</sup> θ<sup>6</sup>

In[30]> Plot[brz, {A, 0., 1.}, AxesLabel -> {" $\theta/\beta$ " [rad / rad], "dy/dt" [mm s<sup>-1</sup>]}]



In[41]> Show[Plot[ypolbrz, { $\theta$ , 0, 220}, PlotStyle -> Blue],  
Plot[ypol2, { $\theta$ , 220, 360}, PlotStyle -> Thickness[0.00001],  
PlotRange -> All, AxesLabel -> {" $\theta$ " [stupnj], "brzina" [mm s<sup>-1</sup>]}]



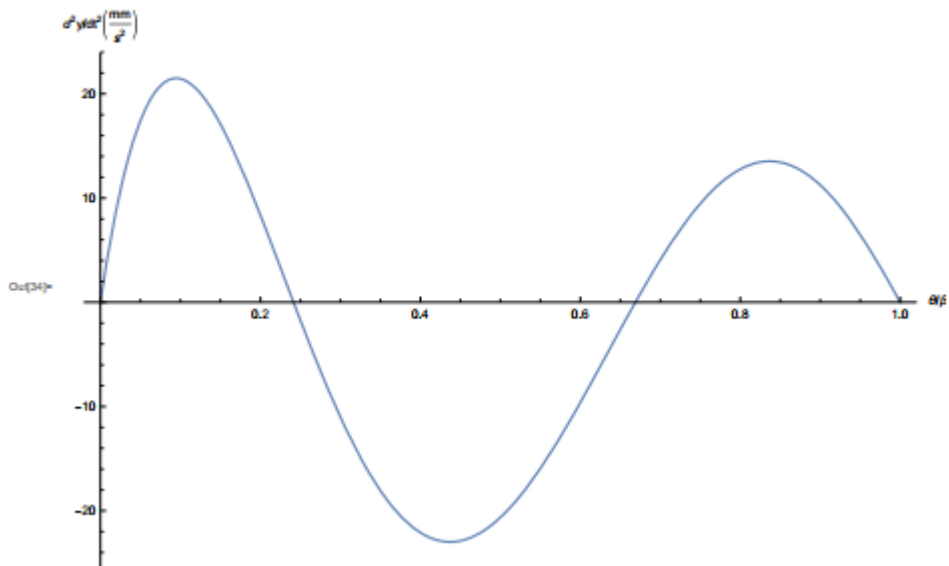
In[32]> ubrz = y<sub>dvocrt</sub> [A] /. {C<sub>0</sub> -> konst0, C<sub>1</sub> -> konst1, C<sub>2</sub> -> konst2,  
C<sub>3</sub> -> konst3, C<sub>4</sub> -> konst4, C<sub>5</sub> -> konst5, C<sub>6</sub> -> konst6, C<sub>7</sub> -> konst7}

Out[32]> 0.0176644 ( $\theta$ . + 29 526. A - 220 461. A<sup>2</sup> + 511 784. A<sup>3</sup> - 472 416. A<sup>4</sup> + 151 567. A<sup>5</sup>)

```

In[33]> ypolubr = Simplify[ubr / . {A -> (theta / (theta_dirdeg + theta_spustdeg))}]
Out[33]> 0. + 2.37073 theta - 0.0804611 theta^2 + 0.000849022 theta^3 - 3.56233 x 10^-6 theta^4 + 5.19506 x 10^-9 theta^5
In[34]> Plot[ubr, {A, 0., 1.}, AxesLabel -> {"theta/beta" [rad / rad], "d^2y/dt^2" [mm s^-2]}]

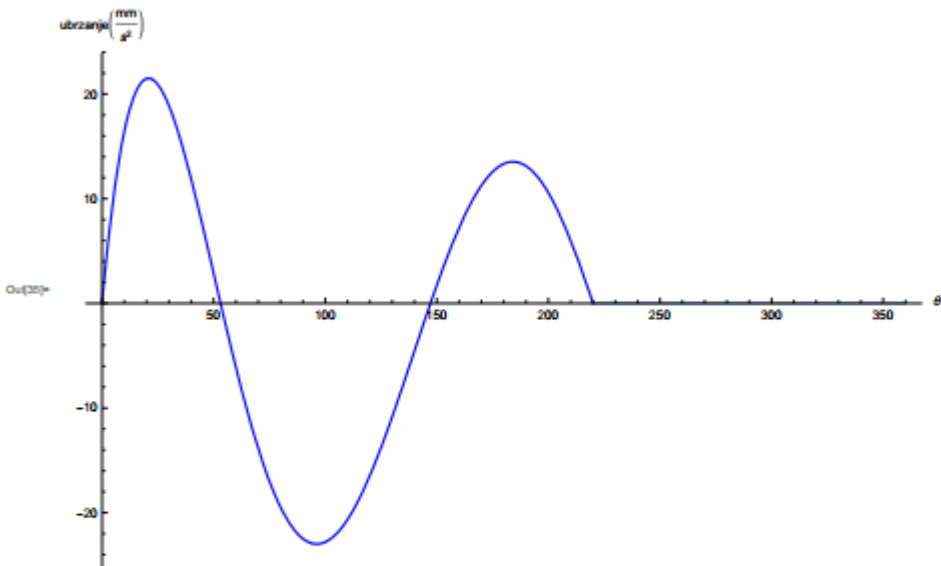
```



```

In[35]> Show[Plot[ypolubr, {theta, 0, 220}, PlotStyle -> Blue],
Plot[ypol12, {theta, 220, 360}, PlotStyle -> Thickness[0.0001]],
PlotRange -> All, AxesLabel -> {"theta" [stupnj], "ubrzanje" [mm s^-2]}]

```



```

In[36]> trzaj = ytrocrt[A] /. {C0 -> konst0, C1 -> konst1, C2 -> konst2,
C3 -> konst3, C4 -> konst4, C5 -> konst5, C6 -> konst6, C7 -> konst7}
Out[36]> 0.000312032 (29526. - 440922. A + 1.53535 x 10^6 A^2 - 1.88967 x 10^6 A^3 + 757834. A^4)

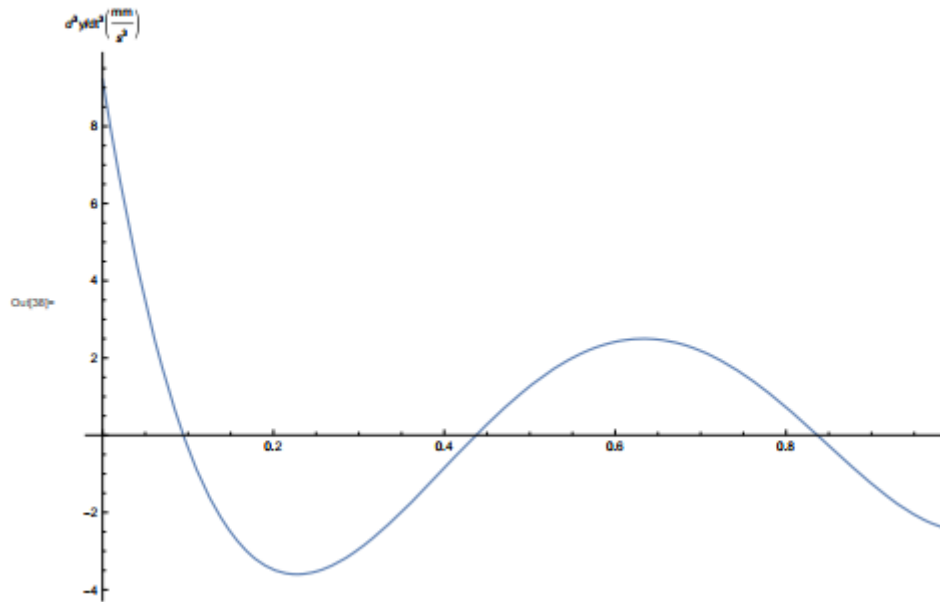
```

```

In[37]> ypoltraj = Simplify[trzaj / . {A -> (theta / (theta_dirdeg + theta_spustdeg))}]
Out[37]> 9.21307 - 0.625372 theta + 0.00989834 theta^2 - 0.0000553754 theta^3 + 1.00945 x 10^-7 theta^4

```

```
In[38]-> Plot[trzaj, {A, 0., 1.}, AxesLabel -> {" $\theta/\beta$ " [rad / rad], " $d^3y/dt^3$ " [mm s-3]}]
```



```
In[39]-> Show[Plot[ypoltrz, { $\theta$ , 0, 220}, PlotStyle -> Blue],  
Plot[ypol2, { $\theta$ , 220, 360}, PlotStyle -> Thickness[0.0001]],  
PlotRange -> All, AxesLabel -> {" $\theta$ " [stupn], "trzaj" [mm s-3]}]
```

